

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Шарифуллин Рамиль Анварович  
Должность: Директор Казанского филиала  
Дата подписания: 13.06.2023 14:40:58  
Уникальный идентификатор:  
65fd6c9df7eae39c01b701aabb1fbc13d7267bd0b06b122e44001c487448eba9  
(протокол от 26 октября 2022 г. № 47)

**СОГЛАСОВАНО**

**Центральной приемной**

**комиссией ФГБОУВО «РГУП»**

**(протокол от 26 октября 2022 г. № 47)**

**УТВЕРЖДЕНО**

**Учебно-методическим советом**

**ФГБОУВО «РГУП»**

**(протокол от 26 октября 2022 г. № 11)**

## **ПРОГРАММА**

**письменного вступительного испытания по дисциплине  
«Математика (алгебра и основы математического анализа)»  
для поступающих на базе среднего профессионального  
образования на программы высшего образования  
(бакалавриат и специалитет)**

## **Содержание программы:**

1. Требования к знаниям поступающих
2. Структура заданий и критерии оценивания
3. Содержание программы вступительного испытания
4. Список литературы
5. Образец задания

## 1. ТРЕБОВАНИЯ К ЗНАНИЯМ ПОСТУПАЮЩИХ

Дисциплину «**Математика (алгебра и основы математического анализа)**» (далее – дисциплина) сдают лица, поступающие на базе среднего профессионального образования на программы бакалавриата и специалитета

На вступительном испытании по дисциплине «**Математика (алгебра и основы математического анализа)**» поступающий должен:

### ***показать:***

- а) чёткое знание математических определений и теорем, предусмотренных программой;
- б) умение точно и сжато выразить математическую мысль в письменном изложении, использовать соответствующую символику;
- в) уверенное владение математическими знаниями и навыками, предусмотренными программой, умение применять их при решении задач.

### ***знать:***

1. Натуральные числа ( $N$ ). Простые и составные числа. Наибольший общий делитель. Наименьшее общее кратное. Процент числа.
2. Признаки делимости на 2,3,5,9,10,11.
3. Целые числа ( $Z$ ). Рациональные числа ( $Q$ ), сложение, вычитание, умножение, деление и сравнение рациональных чисел.
4. Действительные числа ( $R$ ). Представление действительных чисел в виде десятичных дробей.
5. Изображение чисел на прямой. Модуль действительного числа, его геометрический смысл.
6. Числовые и буквенные выражения. Формулы сокращённого умножения.
7. Степень с натуральным и рациональным показателем. Арифметический корень натуральной степени.
8. Логарифмы, их свойства и основные формулы.
9. Многочлен с одной переменной. Корень многочлена на примере квадратного трёхчлена.
10. Понятие функции. Способы задания функции. Область определения, множество значений функции.
11. График функции. Возрастание и убывание функции; периодичность; чётность, нечётность.
12. Достаточное условие возрастания (убывания) функции на промежутке. Стационарные и критические точки. Понятие экстремума функции. Необходимое условие экстремума функции. Достаточное условие экстремума функции. Наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке.

13. Определение и основные свойства функций: линейной  $y = ax + b$ , квадратичной  $y = ax^2 + bx + c$ , степенной  $y = ax^n$ ,  $y = k/x$ , показательной  $y = a^x$ , логарифмической  $y = \log_a x$ , тригонометрических функций ( $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$ ,  $y = \operatorname{tg} x$ ,  $y = \operatorname{ctg} x$ ).

14. Уравнение. Корень уравнения. Понятие о равносильных уравнениях.

15. Неравенства. Решения неравенства. Понятие о равносильных неравенствах.

16. Система и совокупности уравнений и неравенств. Решения систем и совокупностей.

17. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формулы  $n$ -ого члена и суммы первых  $n$  членов арифметической и геометрической прогрессий. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия.

18. Основное тригонометрическое тождество и следствия из него. Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух аргументов. Синус, косинус и тангенс двойного аргумента. Формулы понижения степени. Формулы приведения.

19. Обратные тригонометрические величины: арксинус, арктангенс, арктангенс числа. Формулы решения простейших тригонометрических уравнений.

20. Понятие о пределе последовательности и пределе функции. Основные свойства пределов функции. Вычисление простейших пределов. Неопределенности типа  $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$ ,  $\left[\frac{0}{0}\right]$ .

21. Определение производной. Физический и геометрический смысл производной. Уравнение касательной.

22. Производные функций:  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$ ,  $y = \operatorname{tg} x$ ,  $y = \operatorname{ctg} x$ ,  $y = x^n$ ,  $y = a^x$ ,  $y = e^x$ ,  $y = \log_a x$ ,  $y = \ln x$ ,  $y = kx + b$ ,  $y = k$ .

23. Понятие первообразной. Первообразные функций:  $y = x^n$ ,  $y = \frac{1}{x}$ ,  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$ ,  $y = e^x$ ,  $y = kx + b$ ,  $y = k$ .

24. Криволинейная трапеция. Задача о вычислении площади фигуры, ограниченной линиями. Формула Ньютона-Лейбница

25. Основные понятия математической статистики: размах, мода, медиана, среднее арифметическое, частота, относительная частота.

26. Основные понятия комбинаторики. Факториал. Формулы для вычисления числа перестановок, сочетаний и размещений. Комбинаторное правило умножения.

27. Определение вероятности случайных событий. Достоверные и невозможные события; независимые события, противоположные события. Правила сложения и умножения вероятностей. Условная вероятность.

### **уметь:**

1. Производить арифметические действия над числами, заданными в виде десятичных и обыкновенных дробей; с требуемой точностью округлять данные числа и результаты вычислений, находить процент числа.

2. Проводить тождественные преобразования многочленов, дробей, содержащих переменные, выражений, содержащих степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции.

3. Строить графики линейной, квадратичной, степенной, показательной, логарифмической и тригонометрических функций.

4. Решать уравнения и неравенства первой и второй степени, уравнения и неравенства, приводящиеся к ним; решать системы и совокупности уравнений и неравенств первой и второй степени и приводящиеся к ним. Сюда, в частности, относятся простейшие уравнения и неравенства, содержащие степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции.

5. Решать задачи на составление уравнений и систем уравнений.

6. Вычислять простейшие пределы функции, в том числе неопределенностей типа  $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$ ,  $\left[\frac{0}{0}\right]$ .

7. Находить производные линейной, квадратичной, степенной, логарифмической, степенной и тригонометрических функций, применять производную для исследования функций.

8. Находить первообразные линейной, квадратичной, степенной и тригонометрических функций. Вычислять площадь криволинейной трапеции и площади фигур, ограниченных линиями, применяя формулу Ньютона-Лейбница.

9. Решать простейшие задачи по комбинаторике и теории вероятностей с использованием комбинаторного правила умножения, формул подсчёта числа сочетаний, размещений и перестановок, определений вероятности случайного события и условной вероятности, теорем о сложении и умножении вероятностей.

## 2. СТРУКТУРА ЗАДАНИЙ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

### Структура заданий

Вступительное испытание осуществляется путем выполнения в письменной форме одного из вариантов тестовых заданий, которые в совокупности охватывают основное содержание разделов дисциплины **«Математика (алгебра и основы математического анализа)»**.

Каждый вариант экзаменационной работы по дисциплине **«Математика (алгебра и основы математического анализа)»** составлен в виде тестовых заданий, состоит из трёх частей «А», «В», «С» и включает 27 тестовых заданий, различающиеся формой и уровнем сложности.

**Часть «А»** содержит 15 заданий с выбором одного или нескольких правильных ответов из предложенных.

**Часть «В»** содержит 10 заданий. В ней предложены следующие разновидности заданий:

- задания на выбор нескольких правильных ответов из предложенного перечня ответов;
- задания на определение последовательности расположения данных элементов;
- задания на установление соответствия элементов, данных в нескольких информационных рядах;
- задания на решение уравнений с записью числового ответа.

**Часть «С»** предполагает развёрнутое решение двух заданий: задачи экономического содержания(С1) и комбинированного уравнения (неравенства)(С2). При выполнении заданий этой части абитуриент должен показать: определённые предметные знания, умение применять известные методы решений, способность излагать решение задачи в письменной форме, приводя при этом необходимые пояснения и обоснования.

### **Критерии оценивания**

**Каждое задание части «А»** в случае его правильного выполнения оценивается 2 баллами. Неверный ответ или его отсутствие – 0 баллов. Максимально возможное количество баллов за задания части А – **30 баллов**. Оценивание осуществляется автоматически компьютером по заранее настроенной и утверждённой программе.

**Каждое задание части «В»** в случае его правильного выполнения оценивается 4 баллами. Неверное выполнение или его отсутствие – 0 баллов. Максимально возможное количество баллов за задания части В – **40 баллов**. Оценивание осуществляется автоматически компьютером по заранее настроенной и утверждённой программе.

**Рекомендуемое время выполнения заданий частей «А» и «В» – 80 мин.**

**Каждое задание части «С»** в случае приведённого развёрнутого решения с необходимыми пояснениями оценивается **15 баллами**. За каждую допущенную негрубую ошибку, отсутствие необходимых обоснований и пояснений снимается от 3 до 5 баллов. За каждую допущенную грубую ошибку при верном в целом ходе решения снимается от 6 до 8 баллов.

**Рекомендуемое время выполнения заданий части «С» – 40 мин.**

Проверка и оценивание выполнения задания части «С» осуществляется экзаменационной комиссией (ЭК) на основе вышеперечисленных критериев. В целях повышения объективности оценивания работы могут быть перепроверены председателем ЭК. Председателем ЭК перепроверяются все работы, оцененные высшими баллами и все работы, которые в ходе проверки членами ЭК не получили положительную оценку. Все полученные результаты утверждаются на заседании Приёмной комиссии.

**Для подготовки ответов на части «А», «В», «С» отводится 2 астрономических часа.**

На основе результатов выполнения всех заданий работы баллы суммируются. Максимально за выполненные задания вступительного испытания по дисциплине **«Математика (алгебра и основы математического анализа)»** абитуриент может получить 100 баллов.

**К последующему участию в конкурсе** для поступления в Российский государственный университет правосудия **допускаются абитуриенты, набравшие** по итогам вступительного испытания по дисциплине **«Математика (алгебра и основы математического анализа)»** **не менее 41 балла.**

### **3. СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ**

#### ***Алгебра***

Корни и степени. Корень степени  $n > 1$  и его свойства. Степень с рациональным показателем и её свойства. Понятие о степени с действительным показателем. Свойства степени с действительным показателем.

Логарифм. Логарифм числа. Основное логарифмическое тождество. Логарифм произведения, частного, степени; переход к новому основанию. Десятичный и натуральный логарифмы, число  $e$ .

Преобразования простейших выражений, включающих арифметические операции, а также операции возведения в степень и логарифмирования. Радианная мера угла. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа. Основное тригонометрическое тождество. Формулы приведения. Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов. Синус, косинус и тангенс двойного угла. Преобразования простейших тригонометрических выражений.

Простейшие тригонометрические уравнения. Арксинус, арккосинус, арктангенс числа.

#### ***Функции***

Функции. Область определения и множество значений. График функции. Построение графиков функций, заданных различными способами. Свойства функций: монотонность, чётность и нечётность, периодичность, ограниченность.

Промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значения, точки экстремума. Экстремумы. Графическая интерпретация. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях.

Обратная функция. Область определения и область значений обратной функции. График обратной функции.

Степенная функция с натуральным показателем, её свойства и график.

Вертикальные и горизонтальные асимптоты графиков. Графики дробно-линейных функций.

Тригонометрические функции, их свойства и графики; периодичность, основной период.

Показательная функция, её свойства и график.

Логарифмическая функция, её свойства и график.

Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат и симметрия относительно начала координат, симметрия относительно прямой, растяжение и сжатие вдоль осей координат.

### ***Начала математического анализа***

Понятие о пределе последовательности и пределе функции. Вычисление простейших пределов. Неопределенности типа  $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$ ,  $\left[\frac{0}{0}\right]$ . Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и ее сумма.

Понятие о непрерывности функции.

Понятие о производной функции, физический и геометрический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции. Производные суммы, разности, произведения, частного, сложной функции. Производные основных элементарных функций. Применение производной к исследованию функций и построению графиков.

Первообразная. Понятие об определенном интеграле как площади криволинейной трапеции. Формула Ньютона-Лейбница.

Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах, нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком.

### ***Уравнения и неравенства***

Решение рациональных, показательных, логарифмических уравнений и неравенств. Решение иррациональных и тригонометрических уравнений.

Основные приемы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных. Равносильность уравнений, неравенств, систем. Решение простейших систем уравнений с двумя неизвестными. Решение систем неравенств с одной переменной.

Использование свойств и графиков функций при решении уравнений и неравенств. Метод интервалов. Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их систем.

Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учет реальных ограничений.

### ***Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей***

Табличное и графическое представление данных. Числовые характеристики рядов данных.

Поочередный и одновременный выбор нескольких элементов из конечного множества. Факториал. Формулы числа перестановок, сочетаний,



размещений. Решение комбинаторных задач.

Элементарные и сложные события. Рассмотрение случаев и вероятность суммы несовместных событий, вероятность противоположного события. Сумма и произведение вероятностей. Условная вероятность. Понятие о независимости событий. Вероятность и статистическая частота наступления события. Решение практических задач с применением вероятностных методов.

#### 4. СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

*Основная:*

1. Математика: Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровень). 10-11 классы / Алимов Ш. А. и др. М., 2020.

2. Чернецов М.М. Математика [Электронный ресурс] : учебное пособие: рек. для СПО / Чернецов М.М. - отв. ред., Карбачинская Н.Б., Лебедева Е.С., Харитоновна Е.Е. - М.: РГУП, 2022. - 336 с.

*Дополнительная:*

3. Математика: справочник для старшеклассников и поступающих в вузы/ Черкасов О. Ю. и др. М.: АСТ-ПРЕСС ШКОЛА, 2016.

4. Алгебра в таблицах. 7-11 кл.: справочное пособие/ Звавич Л. И. и др.- М.: Дрофа, 2020.

5. [www.school-collection.edu.ru](http://www.school-collection.edu.ru) – Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов.

#### 5. ОБРАЗЕЦ ЗАДАНИЯ

##### Часть А

**A1.** Натуральными числами являются

: 5

:  $\sqrt{19}$

:  $-\sqrt{49}$

: 3,78

:  $\sqrt[3]{64}$

**A2.** После упрощения выражение  $(x^{1,5})^3 \cdot x^{-0,5} : \sqrt[4]{x^3}$  принимает вид

:  $x^{4,25}$

:  $x^{5,75}$

:  $x^{3,25}$

:  $x^{4,75}$

:  $x$

**A3.** Область значений функции  $y = \sqrt{x}$  есть множество

:  $(-\infty; +\infty)$

:  $\emptyset$

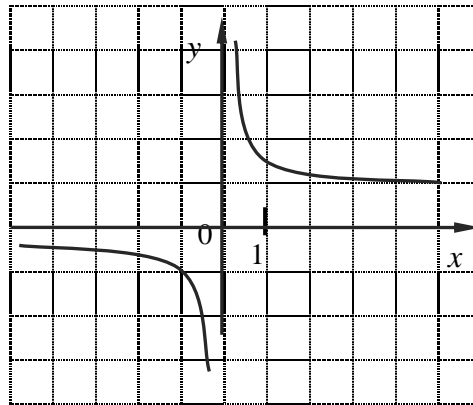
:  $(0; +\infty)$

:  $[0; +\infty)$

:  $(-\infty; 0)$

:  $(-\infty; 0]$

**A4.** Следующие утверждения соответствуют функции, график которой изображен на рисунке



- : функция является четной
- : функция убывает на промежутке  $(2;3)$
- :  $x = 0$  – асимптота функции
- :  $y = 0$  – асимптота функции
- : 4 – точка максимума функции
- : функция не имеет асимптот

**A5.** Решением неравенства  $2^x > \frac{1}{16}$  является промежуток

- :  $(-\frac{1}{7}; +\infty)$
- :  $(-\infty; 3)$
- :  $(-\infty; -\frac{1}{7})$
- :  $(-4; +\infty)$
- :  $(-\infty; 2,2)$
- :  $(2,2; +\infty)$

**A6.** Свойствами функции  $y = \sin x$  являются

- : функция является нечётной
- : наименьший период функции  $T = \pi$
- : область определения функции  $D(y) = \mathbf{R}$
- : функция является чётной
- : область значений функции  $E(y) = [-1; 1]$

**A7.** Верным расположением в порядке возрастания чисел является

- :  $\log_2 \frac{1}{18}; \log_2 \frac{1}{91}; \log_2 13; \log_2 5$
- :  $\log_2 \frac{1}{91}; \log_2 \frac{1}{18}; \log_2 13; \log_2 5$
- :  $\log_2 \frac{1}{18}; \log_2 \frac{1}{91}; \log_2 5; \log_2 13$

$$: \log_2 \frac{1}{91}; \log_2 \frac{1}{18}; \log_2 5; \log_2 13$$

$$: \log_2 13; \log_2 5; \log_2 \frac{1}{18}; \log_2 \frac{1}{91}$$

**A8.** Радианная мера угла  $100^\circ$  равна

$$: 100\pi$$

$$: \frac{100\pi}{3}$$

$$: \frac{5\pi}{9}$$

$$: \frac{10\pi}{9}$$

**A9.** Первообразной  $F(x)$  и производной  $f'(x)$  функции  $f(x) = x^3 - e^x + 2$  являются

$$: F(x) = 2x - e^x + C \text{ и } f'(x) = \frac{x^3}{3} - e^x$$

$$: F(x) = \frac{x^3}{3} - e^x + 2x + C \text{ и } f'(x) = 2x - e^x$$

$$: F(x) = 2x - e^x + C \text{ и } f'(x) = \frac{x^3}{3} - e^x + 2$$

$$: F(x) = \frac{x^3}{3} - e^x + C \text{ и } f'(x) = 2x - e^x$$

**A10.**  $\sin 2\alpha$  при условии, что  $\cos \alpha = -0,6$  и  $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$  равен

**A11.** Тангенс угла наклона к оси абсцисс касательной, проведенной к графику функции  $y = 3x^3 + 3x$  в точке  $x_0 = \frac{1}{3}$  равен ...

**A12.** Значение предела функции  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^5}{x^5 - 4}$  равно ...

**A13.** Мода выборки, заданной таблицей распределения, равна

|                    |   |    |    |    |
|--------------------|---|----|----|----|
| Варианта           | 3 | 4  | 5  | 6  |
| Кратность варианты | 5 | 20 | 15 | 10 |

$$: 4$$

$$: 20$$

$$: 8,5$$

$$: 4,5$$

$$: 4,25$$

**A14.** В здании крупной компании хотят поставить внутренний телефон, номера которого будут состоять из любых трех цифр. Максимально

- возможное количество телефонных абонентов в этом офисе будет
- : 1000
  - : 720
  - : 900
  - : 999
  - : 27
  - : 30

- A15.** Вероятность некоторого события может принимать значения
- : 10
  - :  $1\frac{2}{7}$
  - :  $\frac{2}{7}$
  - : 1
  - : 0
  - : 0,375
  - : -0,4

### Часть В

**B1.** Решением уравнения  $3^{x+1} + 3^x = 12$  является

**B2.** Решением неравенства  $\log_{0,6} 2x > \log_{0,6}(x + 7)$  является

- :  $(7; +\infty)$
- :  $(-7; +\infty)$
- :  $(-\infty; -7)$
- :  $(-\infty; 7)$
- :  $(0; 7)$
- :  $(0; +\infty)$

**B3.** Соответствие между выражением и его значением

|                                     |                |
|-------------------------------------|----------------|
| $\log_{0,2} \frac{1}{\sqrt{0,008}}$ | 6,5            |
| $\log_{\sqrt{3}} 27\sqrt[4]{3}$     | -1,5           |
| $\lg \sqrt[3]{0,0001}$              | $-\frac{4}{3}$ |
| $\ln e^8$                           | 8              |

**B4.** Функции  $y = x^3 - 1,5x^2$  соответствуют следующие утверждения

- : 0 – точка максимума
- : 1 – точка максимума
- : функция убывает на отрезке  $[0; 1]$

- : функция возрастает на отрезке  $[0; 1]$
- : 0 – минимум функции
- : 0 – максимум функции

**B5.** После упрощения выражение  $\frac{\cos(\pi+\alpha)\cdot\sin(2\pi-\alpha)}{c \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)\cdot\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)}$  равно

- :  $\sin \alpha$
- :  $-\sin \alpha$
- :  $-\cos \alpha$
- :  $-\frac{1}{\sin \alpha}$

**B6.** Решением уравнения  $2 \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = 1$  являются все числа вида

- :  $\pi n; -\frac{\pi}{3} + \pi k; k, n \in \mathbb{Z}$
- :  $2\pi n; \frac{\pi}{3} + \pi k; k, n \in \mathbb{Z}$
- :  $2\pi n; -\frac{\pi}{3} + 2\pi k; k, n \in \mathbb{Z}$
- :  $\pm \frac{\pi}{3} + \pi k; k \in \mathbb{Z}$

**B7.** Примерами с допущенными ошибками в вычислениях производной являются

- :  $(10x^3 + 1)' = 30x^2 + 1$
- :  $(\cos x - \sin x)' = -\sin x - \cos x$
- :  $(x^5 \cdot e^x - 2)' = 5x^5 \cdot e^x$
- :  $\left(\frac{3^x}{x^3}\right)' = \frac{3^x \ln 3}{3x^2}$
- :  $(e^x + \sin x)' = e^x + \cos x$
- :  $(\ln x - 5)' = \frac{1}{x}$

**B8.** Площадь фигуры, ограниченная линиями  $y = x^2 - 1$ ,  $x = 2$  и  $y = 0$ , есть число

- :  $-\frac{2}{3}$
- :  $1\frac{1}{3}$
- : 3
- :  $1\frac{2}{3}$
- : 1

**B9.** В студенческой группе 10 девушек и 15 юношей. Необходимо выбрать пятерых для участия в конференции, при этом среди выбранных должно быть хотя бы три девушки. Тогда количество вариантов выбора равно

- : 16002
- : 1512000
- : 12600

: 1617840

: 56

**В10.** В лотерее 16 билетов, среди которых 3 выигрышных. Вероятность купить два выигрышных билета равна

: 0,97

: 0,03

: 0,025

: 1,1

: 0,6975

### Часть С

**С1.** В июле планируется взять кредит на сумму 50005000 руб. на следующих условиях:

1. каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;

2. с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить некоторую часть долга.

На сколько рублей больше придётся отдать в случае погашения кредита тремя равными платежами (то есть за три года) по сравнению со случаем погашения кредита двумя равными платежами (то есть за два года)?

**С2.** Решите уравнение:

$$\cos^2(x \cdot \sin x) = 1 + \log_5^2 \sqrt{x^2 + x + 1}$$

**Автор-составитель:**

**Чернецов М.М.**, к.ф.н., кафедра общеобразовательных дисциплин Российского государственного университета правосудия.

Программа вступительного испытания по дисциплине «Математика (алгебра и основы математического анализа)» разработана на основании ФГОС среднего (полного) общего образования.

Одобрена на заседании кафедры общеобразовательных дисциплин (протокол № 4 от 18 октября 2022 г.).

© Чернецов М.М., 2022

© ФГБОУВО «РГУП», 2022