

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: **Ильинский Валерий Александрович** ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ СРЕДНЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

Должность: **Директор Казанского филиала** «РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРАВОСУДИЯ»

Дата подписания: **17.03.2022 17:54:18** Казанский филиал

Уникальный программный ключ:

**65fd6cbdf7eae29c01b701aabc1fbc13d72d7bd0b08b122e44091c482448eba9**

**Кафедра правовой информатики, информационного права и естественнонаучных дисциплин**

## **ПРОГРАММА ПОДГОТОВКИ СПЕЦИАЛИСТОВ СРЕДНЕГО ЗВЕНА**

по специальности 21.02.05 «Земельно-имущественные отношения»  
Базовой подготовки

**Учебно-методический комплекс по общеобразовательной дисциплине**

**МАТЕМАТИКА**

**Казань, 2021**

Рабочая программа учебной дисциплины разработана на основе Федерального государственного образовательного стандарта по специальности среднего профессионального образования 21.02.05 «Земельно-имущественные отношения»

Автор программы:

Ахметгалиева В.Р., старший преподаватель кафедры правовой информатики, информационного права и естественнонаучных дисциплин КФ ФГБОУВО РГУП.

Программа рассмотрена на заседании предметно-цикловой комиссии социально-экономических и естественнонаучных дисциплин

Протокол заседания № 5 от 16.06.2021 г.

Председатель цикловой методической (предметной) комиссии

\_\_\_\_\_  
Вахитов Д.Р.  
*Фамилия И.О., подпись*

СОГЛАСОВАНО

Декан ФНО



Н.В. Святова

16.06.2021 г.

Учебно-методический комплекс одобрен Учебно-методическим советом Казанского филиала Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Российский государственный университет правосудия»; протокол № 12 от 29.06.2021 г.

© КФ ФГБОУВО «РГУП», 2021.  
©Ахметгалиева В.Р., 2021.

## Оглавление

|   |                                    |
|---|------------------------------------|
| 1. ВВЕДЕНИЕ.....  | 4                                  |
| 2. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ .....   | 7                                  |
| 3. ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ.....   | 8                                  |
| 4. ПРОГРАММА КУРСА .....  | 11                                 |
| 5. ПЛАНЫ СЕМИНАРСКИХ (ПРАКТИЧЕСКИХ) ЗАНЯТИЙ .....   | 12                                 |
| 6. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ И<br>ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ ..... | 14                                 |
| 7. ЗАДАНИЯ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ .....   | 29                                 |
| 8. ПРИМЕРЫ ТЕСТИРОВАНИЕОВЫХ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ<br>ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТИРОВАНИЕАЦИИ .....                | 30                                 |
| 9. ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ОБУЧЕНИЯ.....   | Ошибка! Закладка не<br>определена. |
| 10. ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЭКЗАМЕНУ .....   | 37                                 |

## ВВЕДЕНИЕ

### 1.1. Область применения программы

Реализация среднего (полного) общего образования в пределах основной профессиональной образовательной программы по специальности 21.02.05 «Земельно-имущественные отношения», с учетом социально-экономического профиля получаемого профессионального образования.

### 1.2. Место учебной дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы:

Учебная дисциплина "Математика" относится к базовым дисциплинам математического и общего естественнонаучного учебного цикла. (ЕН.Б.1)

Учебная дисциплина «Математика» взаимосвязана с учебными дисциплинами «Экономика», «Статистика» и т.д.

Для освоения учебной дисциплины «Математика» необходимо обладать знаниями по базовым дисциплинам общеобразовательного цикла.

Освоение учебной дисциплины «Математика» необходимо как предшествующее для дальнейшего изучения специальных учебных курсов

### 1.3. Цели и задачи учебной дисциплины – требования к результатам освоения учебной дисциплины:

В результате освоения учебной дисциплины обучающийся должен уметь:

решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности;

знать:

значение математики в профессиональной деятельности и при освоении ППСЗ;

основные математические методы решения прикладных задач в области профессиональной деятельности;

основные понятия и методы математического анализа, дискретной математики, линейной алгебры, теории комплексных чисел, теории вероятностей и математической статистики;

основы интегрального и дифференциального исчисления.

Выпускник должен обладать общими компетенциями, включающими в себя способность:

ОК 1-Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес

ОК 2-Анализировать социально-экономические и политические проблемы и процессы, использовать методы гуманитарно-социологических наук в различных видах профессиональной и социальной деятельности

ОК 3-Организовывать свою собственную деятельность, определять методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество

ОК 4-Решать проблемы, оценивать риски и принимать решения в нестандартных ситуациях

ОК 5-Осуществлять поиск, анализ и оценку информации, необходимой для постановки и решения профессиональных задач, профессионального и личностного развития

ОК 6-Работать в коллективе и команде, обеспечивать ее сплочение, эффективно общаться с коллегами, потребителями

ОК 7-Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации

ОК 8-Быть готовым к смене технологий в профессиональной деятельности

ОК 9-Уважительно и бережно относиться к историческому наследию и культурным традициям, толерантно воспринимать социальные и культурные традиции.

Выпускник должен обладать следующими профессиональными компетенциями (ПК):

ПК 1.1 – Составлять земельный баланс района

ПК 1.3 – Готовить предложения по определению экономической эффективности использования имеющегося недвижимого имущества

ПК 2.1 – Выполнять комплекс кадастровых процедур

ПК 2.2 – Определять кадастровую стоимость земель

ПК 3.1 – Выполнять работы по картографо-геодезическому обеспечению территорий, создавать графические материалы

ПК 4.1 – Осуществлять сбор и обработку необходимой и достаточной информации об объекте оценки и аналогичных объектах

ПК 4.2 – Производить расчеты по оценке объекта оценки на основе применимых подходов и методов оценки

ПК 4.3 – Обобщать результаты, полученные подходами, и давать обоснованное заключение об итоговой величине стоимости объекта оценки

ПК 4.4 – Рассчитывать сметную стоимость зданий и сооружений в соответствии с действующими нормативами и методиками

ПК 4.5 – Классифицировать здания и сооружения в соответствии с принятой типологией

#### **1.4. Количество часов на освоение программы учебной дисциплины:**

Максимальной учебной нагрузки обучающегося 66 часов, в том числе: обязательной аудиторной учебной нагрузки обучающегося 42 часов; самостоятельной работы обучающегося 24 часа.

### 1.5. Требования к минимальному материально-техническому обеспечению

Реализация учебной дисциплины требует наличия учебного кабинета Математики;

Оборудование учебного кабинета: доска, мел, маркеры, плакаты.

Технические средства обучения: компьютер проектор, экран или интерактивная доска.

### 1.6. Контроль и оценка результатов освоения учебной дисциплины

| <b>Результаты обучения (освоенные умения, усвоенные знания)</b>  | <b>Формы и методы контроля и оценки результатов обучения</b> |
|--|--|
| В результате изучения обязательной части учебного цикла обучающийся должен:<br><b>уметь:</b><br>решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности;<br><b>знать:</b><br>значение математики в профессиональной деятельности и при освоении ППССЗ;<br>основные математические методы решения прикладных задач в области профессиональной деятельности;<br>основные понятия и методы математического анализа, дискретной математики, линейной алгебры, теории комплексных чисел, теории вероятностей и математической статистики;<br>основы интегрального и дифференциального исчисления | Проверочная (контрольная) работа<br><br>Тестирование         |

**2. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ**  
**(на базе основного общего образования)**

| <b>Вид учебной работы<br/>(по учебному плану)</b>       | <b>Объём часов</b> |
|---|--------------------|
| <b>Максимальная учебной нагрузки (всего)</b>            | 66                 |
| <b>Обязательная аудиторная учебная нагрузка (всего)</b> | 42                 |
| в том числе:  |                    |
| Лекции  | 14                 |
| Практические занятия                                    | 28                 |
| <b>Самостоятельная работа обучающегося (всего)</b>      | 24                 |
| <b>Форма промежуточной аттестации по дисциплине</b>     | Экзамен            |

**3. ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ  
ДИСЦИПЛИНЫ  
(на базе основного общего образования)**

| Наименование разделов и тем                                 | Содержание учебного материала, лекции и практические занятия, самостоятельная работа обучающихся   | Объём часов | Уровень освоения |
|---|--|-------------|------------------|
| 1   | 2  | 3           | 4                |
| <b>Раздел 1. Элементы линейной алгебры</b>                  |  |             |                  |
| <b>Тема 1.1.<br/>Матрицы и определители.</b>                | Содержание учебного материала:<br>1. Матрицы. Действия над матрицами.<br>2. Определители второго и третьего порядков и их свойства.<br>3. Минор и алгебраическое дополнение элемента матрицы.<br>3. Система $n$ линейных уравнений с $n$ неизвестными. Метод Крамера.  | 10          | 2                |
|   | Лекции   | 2           |                  |
|   | Семинарские (практические) занятия   | 4           |                  |
|   | Самостоятельная работа   | 4           |                  |
| <b>Тема 1.2.<br/>Системы линейных уравнений</b>             | Содержание учебного материала:<br>1. Обратная матрица. Решение $n$ линейных уравнений с $n$ неизвестными матричным методом.<br>2. Ранг матрицы. Система $m$ линейных уравнений с $n$ неизвестными. Метод Гаусса. Теорема Кронекера – Капелли   | 10          | 2                |
|   | Лекции   | 2           |                  |
|   | Семинарские (практические) занятия   | 4           |                  |
|   | Самостоятельная работа   | 4           |                  |
| <b>Раздел 2. Дифференциальное и интегральное исчисление</b> |  |             |                  |
| <b>Тема 2.1.<br/>Дифференциальное исчисление</b>            | Содержание учебного материала:<br>1. Предел функции. Свойства пределов. Вычисление пределов. Замечательные пределы.<br>2. Определение производной, ее геометрический смысл.<br>3. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью.<br>4. Дифференциал функции.<br>5. Производные и дифференциалы высших порядков. | 10          | 2                |



|   |  |    |   |
|---|--|----|---|
|   | 6. Общая схема исследования функций и построение графиков: монотонность, экстремум функции, выпуклость графика функции, точки перегиба, асимптоты функций.   |    |   |
|   | Лекции   | 2  |   |
|   | Семинарские (практические) занятия   | 4  |   |
|   | Самостоятельная работа   | 4  |   |
| <b>Тема 2.2.<br/>Интегральное исчисление.</b>               | Содержание учебного материала:<br>1. Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Методы интегрирования: метод подстановки, метод интегрирования по частям.<br>3. Определенный интеграл и его геометрический смысл. Формула Ньютона-Лейбница. Понятие о несобственных интегралах, примеры. | 10 | 2 |
|   | Лекции   | 2  |   |
|   | Семинарские (практические) занятия   | 4  |   |
|   | Самостоятельная работа   | 4  |   |
| <b>Раздел 3. Комплексные числа</b>                          |  |    |   |
| <b>Тема 3.1.<br/>Понятие о мнимых и комплексных числах.</b> | Содержание учебного материала:<br>1. Определение комплексного числа.<br>2. Геометрическая интерпретация комплексных чисел.<br>3. Действия над комплексными числами.  | 5  | 2 |
|   | Лекции   | 1  |   |
|   | Семинарские (практические) занятия   | 2  |   |
|   | Самостоятельная работа   | 2  |   |
| <b>Раздел 4. Основы дискретной математики</b>               |  |    |   |
| <b>Тема 4.1.<br/>Множества и отношения.</b>                 | Содержание учебного материала:<br>1. Множества и действия над ними.<br>2. Элементы комбинаторики. Основные правила комбинаторики.<br>3. Выборки с повторениями и без повторений.   | 5  | 2 |
|   | Лекции   | 1  |   |
|   | Семинарские (практические) занятия   | 2  |   |
|   | Самостоятельная работа   | 2  |   |

**Раздел 5. Элементы теории вероятностей и математической статистики**

|   |  |           |   |
|---|--|-----------|---|
| <p><b>Тема 5.1.</b><br/><b>Основные понятия теории вероятностей. Вероятности событий.</b></p> | <p>Содержание учебного материала:<br/>1. Испытание и событие. Виды событий. Виды случайных событий. Операции над событиями.<br/>2. Классическое определение вероятности события.<br/>3. Основные теоремы теории вероятностей.<br/>4. Случайные величины (СВ), их законы распределения,<br/>5. Числовые характеристики СВ: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение.</p> | 10        | 2 |
|   | Лекции   | 4         |   |
|   | Семинарские (практические) занятия   | 4         |   |
|   | Самостоятельная работа   | 2         |   |
| <p><b>Тема 5.2.</b><br/><b>Элементы математической статистики</b></p>                         | <p>Содержание учебного материала:<br/>1. Основные понятия математической статистики.<br/>2. Случайная выборка из генеральной совокупности, ее табличное и графическое представление.</p>   | 8         | 2 |
|   | Лекции   | 2         |   |
|   | Семинарские (практические) занятия   | 4         |   |
|   | Самостоятельная работа   | 2         |   |
| <b>Всего</b>  |  | <b>66</b> |   |

1 - ознакомительный

2 - репродуктивный

3 - продуктивный

## 4. ПРОГРАММА КУРСА

### Раздел 1. Элементы линейной алгебры

Матрицы. Действия над матрицами. Определители второго и третьего порядков и их свойства. Система  $n$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными. Метод Крамера. Обратная матрица. Решение  $n$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными матричным методом. Ранг матрицы. Система  $m$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными. Метод Гаусса. Теорема Кронекера – Капелли.

### Раздел 2. Дифференциальное и интегральное исчисление.

Определение производной, ее геометрический смысл. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью. Дифференциал функции. Правила дифференцирования. Производные основных элементарных функций. Правило нахождения производной сложной функции. Производные и дифференциалы высших порядков. Общая схема исследования функций и построение графиков: монотонность, экстремум функции, выпуклость графика функции, точки перегиба, асимптоты функций.

Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица основных интегралов. Методы интегрирования: метод подстановки, метод интегрирования по частям. Определенный интеграл и его геометрический смысл. Формула Ньютона-Лейбница. Понятие о несобственных интегралах, примеры.

### Раздел 3. Комплексные числа

Определение комплексного числа. Взаимно сопряженные и противоположные комплексные числа. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Сложение и вычитание комплексных чисел, заданных в алгебраической форме. Умножение и деление комплексных чисел, заданных в алгебраической форме.

### Раздел 4. Основы дискретной математики

Понятие множества. Способы задания множеств, операции над множествами. Диаграммы Эйлера-Венна. Основные тождества алгебры множеств. Отношения. Свойства отношений.

Элементы комбинаторики. Основные правила комбинаторики. Выборки с повторениями и без повторений

### Раздел 5. Элементы теории вероятностей и математической статистики

Испытание и событие. Виды событий. Операции над событиями. Классическое определение вероятности события.

Вероятность суммы и произведения событий. Условная вероятность. Повторные независимые испытания. Основные теоремы теории вероятностей. Формула Бернулли.

Случайные величины (СВ), их законы распределения,

Числовые характеристики СВ: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение

Основные понятия математической статистики. Случайная выборка из генеральной совокупности, ее табличное и графическое представление.

## **5. ПЛАНЫ СЕМИНАРСКИХ (ПРАКТИЧЕСКИХ) ЗАНЯТИЙ**

### **Тема 1.1 Матрицы и определители (4 часа)**

#### **Семинар 1 (2 часа)**

##### **Вопросы для обсуждения:**

1. Матрицы.
2. Действия над матрицами.
3. Вычисление определителей второго и третьего порядков.

#### **Семинар 2 (2 часа)**

##### **Вопросы для обсуждения:**

1. Алгебраические дополнения и миноры.
2. Вычисление определителя разложением по строке (столбцу).
3. Решение систем 2-х (3-х) линейных уравнений с 2-мя (3-мя) неизвестными методом Крамера.

### **Тема 1.2. Системы линейных уравнений (4 часа)**

#### **Семинар 3 (2 часа)**

##### **Вопросы для обсуждения:**

- 1.. Обратная матрица.
2. Решение систем 2-х (3-х) линейных уравнений с 2-мя (3-мя) неизвестными матричным методом.

#### **Семинар 4 (2 часа)**

##### **Вопросы для обсуждения:**

1. Решение  $n$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными методом Гаусса.
- 2.. Решение  $m$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными методом Гаусса

### **Тема 2.1 .Дифференциальное исчисление. (4 часов)**

### **Семинар 5 (2 часа)**

#### **Вопросы для обсуждения:**

1. Вычисление пределов функций.
2. Исследование функций на непрерывность.

### **Семинар 6 (2 часа)**

#### **Вопросы для обсуждения:**

1. Вычисление производных. Производная сложных функций.
2. Общая схема исследования функций и построение графиков: монотонность, экстремум функции, выпуклость графика функции, точки перегиба, асимптоты функций.

## **Тема 2.2. Интегральное исчисление. (4 часа)**

### **Семинар 7 (2 часа)**

#### **Вопросы для обсуждения:**

1. Непосредственное интегрирование.
2. Интегрирование методом подстановки.
3. Интегрирование методом по частям.

### **Семинар 8 (2 часа)**

#### **Вопросы для обсуждения:**

1. Вычисление определённых интегралов.
2. Решение прикладных задач.

## **Тема 3.1 Понятие о мнимых и комплексных числах. (2 часа)**

### **Семинар 9 (2 часа)**

#### **Вопросы для обсуждения:**

1. Комплексные числа.
2. Действия над комплексными числами.

## **Тема 4.1 Основы дискретной математики. (2 часа)**

### **Семинар 10**

#### **Вопросы для обсуждения:**

1. Множества и действия над ними.

2. Элементы комбинаторики. Основные правила комбинаторики.
3. Выборки с повторениями и без повторений

### **Тема 5.1 Основные понятия теории вероятностей. Вероятности события. (4 часа)**

#### **Семинар 11 (2 часа)**

##### **Вопросы для обсуждения:**

1. Сумма и произведение событий.
2. Вычисление вероятности события.
3. Теоремы умножения и сложения.

#### **Семинар 12 (2 часа)**

1. Формула полной вероятности.
2. Формула Байеса.
3. Формула Бернулли.

### **Тема 5.2. Элементы математической статистики (4 часа)**

#### **Семинар 13 (2 часа)**

##### **Вопросы для обсуждения:**

1. Основные понятия математической статистики.
2. Случайная выборка из генеральной совокупности, ее табличное и графическое представление.

#### **Семинар 14 (2 часа)**

1. Случайные величины (СВ), их законы распределения,
2. Числовые характеристики СВ: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение

## **6. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ И ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ**

При контроле знаний основное внимание уделяется способности студентов применять полученные знания на практических задачах. Поэтому при самостоятельной работе студент должен уделять внимание решению задач. Для студентов заочной формы обучения ситуация осложняется малым числом аудиторных заня-

тий. При решении задач необходимо анализировать те или иные алгоритмы, которые применялись при решении подобных задач на аудиторных занятиях, пытаться построить логическую схему доказательства. Если задача сразу не получается, то отложить ее на некоторое время, рассмотреть другие задачи, но обязательно вернуться и попытаться решить отложенную задачу попозже. Материал раздела курса можно усвоить только если решить достаточный по объему набор задач по данному разделу. При чтении теоретического материала необходимо попытаться вникнуть в содержание определений, попробовать построить собственные примеры на данное определение. Необходимо уметь связывать различные определения и понятия в одно целое.

В разделе теория вероятностей необходимо обратить внимание на две модели построения вероятностных схем: классическую и аксиоматическую (по Колмогорову). При решении задач на вычисление вероятностей основное внимание уделяется комбинаторным методам подсчета числа вариантов выбора множеств, определяемых условиями задачи. Кроме того, необходимо понимать формулу полной вероятности и формулу Байеса. Студенты должны уметь определять случайные величины, вычислять закон распределения вероятностей случайной величины, основные моменты, связанные со случайными величинами.

Ниже приводятся практические рекомендации и примеры решения задач из разных разделов изучаемой дисциплины:

## Раздел 1. Элементы линейной алгебры.

### 1.1. Матрицы и определители

**О:** Прямоугольной матрицей размерности  $m \times n$  называется таблица чисел, содержащая  $m$  строк и  $n$  столбцов:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{12} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}; \text{ коротко } \mathbf{A} = (a_{ij}), i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}.$$

Числа  $a_{ij}$ ,  $i = \overline{1, m}$ ,  $j = \overline{1, n}$  - элементы матрицы,  $i$  - номер строки,  $j$  - номер столбца.

Квадратной матрицей  $n$ -го порядка называется таблица, содержащая  $n$  строк и  $n$  столбцов.

Например  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$  - матрица размерности  $2 \times 3$ ,

$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$  - квадратная матрица второго порядка.

**О:** Определителем  $n$ -го порядка, соответствующим квадратной матрице  $n$ -го порядка, называется число, вычисляемое по определённому правилу. Так, определитель второго порядка определяется как

$$\det \mathbf{A} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}.$$

Определитель третьего порядка определяется как

$$\det \mathbf{A} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}A_{11} + a_{12}A_{12} + a_{13}A_{13} \quad (1.1)$$

Здесь  $A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$  называется **алгебраическим дополнением** элемента  $a_{ij}$ , а  $M_{ij}$  - **минором элемента**  $a_{ij}$ . Минор  $M_{ij}$  получается из данного определителя путём вычёркивания  $i$ -ой строки и  $j$ -го столбца.

Таким образом,

$$A_{11} = \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}, \quad A_{12} = - \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix}, \quad A_{13} = \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}, \quad \text{и}$$

$$\det \mathbf{A} = a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}.$$

Примеры:

$$1). \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 2 \cdot 2 - (-1) \cdot 3 = 7;$$

$$2). \begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 2 & -3 & 4 \\ 4 & -2 & 2 \end{vmatrix} = 3 \cdot \begin{vmatrix} -3 & 4 \\ -2 & 2 \end{vmatrix} - 2 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} + (-1) \cdot \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} = 3(-6+8) - 2(4-16) - (-4+12) = 3 \cdot 2 - 2 \cdot (-12) - 8 = 6 + 24 - 8 = 22.$$

*Замечание.* Аналогично формуле (1) записывается формула разложения определителя по любой строке и любому столбцу. Например,

$$\det \mathbf{A} = a_{12}A_{12} + a_{22}A_{22} + a_{32}A_{32} \text{ - разложение по 2-му столбцу.}$$

## 1.2 Действия над матрицами.

а) Сложение.

Складывать можно только матрицы одинаковых размеров. При этом нужно сложить элементы матриц, стоящие на одинаковых местах.



**Пример.** 
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ 6 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+2 & 2+7 \\ -2+6 & 5+9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 9 \\ 4 & 14 \end{pmatrix}.$$

б) Умножение матрицы на число.

На данное число умножается каждый элемент матрицы.

**Пример.** 
$$5 \cdot \begin{pmatrix} 3 & 4 & 6 \\ -2 & 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 & 20 & 30 \\ -10 & 15 & 20 \end{pmatrix}.$$

в) Умножение матриц.

Матрицы А и В можно перемножить, если число столбцов в матрице А равно числу строк в матрице В. При умножении получается матрица с элементами  $a_{ij}$ , которые равны сумме произведений элементов i-ой строки из первой матрицы на элементы j-ого столбца из второй матрицы.

**Пример 1.**

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 5 & 6 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 + 2 \cdot 5 & 1 \cdot 4 + 2 \cdot 6 & 1 \cdot 1 + 2 \cdot 7 \\ 3 \cdot 1 + 4 \cdot 5 & 3 \cdot 4 + 4 \cdot 6 & 3 \cdot 1 + 4 \cdot 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & 16 & 15 \\ 23 & 36 & 31 \end{pmatrix}.$$

**Пример 2.** Предприятие выпускает продукцию трех видов  $P_1, P_2, P_3$  и использует сырье двух типов. Нормы расходов сырья заданы таблицей 1. План выпуска продукции задан таблицей 2. Найти необходимое количество сырья каждого типа.

|       |       |       |
|-------|-------|-------|
|       | $S_1$ | $S_2$ |
| $P_1$ | 2     | 3     |

Табл.1

|       |       |       |
|-------|-------|-------|
| $P_1$ | $P_2$ | $P_3$ |
| 100   | 80    | 130   |

Табл.2

**Решение.** Перемножаем матрицы

$$(100 \ 80 \ 130) \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = (100 \cdot 2 + 80 \cdot 5 + 130 \cdot 1 \quad 100 \cdot 3 + 80 \cdot 2 + 130 \cdot 4) = (730 \ 980).$$

Ответ. Сырья первого типа нужно 730 единиц, а второго – 980 единиц.

### 1.3. Системы линейных уравнений.

Системой  $m$  линейных алгебраических уравнений с  $n$  неизвестными является система:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

**Пример.**

$$\begin{cases} 2x+3y=1; \\ 4x-6y=2. \end{cases} \quad \begin{cases} 7x-8y+6z=1; \\ 4x-3y-z=2; \\ 3x-2y+5z=1. \end{cases}$$

Основной матрицей системы называется матрица из коэффициентов:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}.$$

Введём также матрицы столбцы неизвестных и свободных членов

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}.$$

Тогда систему можно записать в матричной форме:  $\mathbf{AX} = \mathbf{B}$ .

**О:** Решением системы называется любой набор чисел  $(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ , который при подстановке в уравнения системы вместо соответствующих неизвестных обращает их в тождества. Система называется совместной, если она имеет решение, несовместной, если решения нет. Совместная система называется определённой, если решение единственно и неопределённой, если решений бесконечно много.

Решить систему - это значит найти все значения неизвестных, при которых уравнения системы превращаются в правильные равенства (тождества). Система линейных уравнений может иметь одно решение, бесконечное множество решений или вообще не иметь решений.

При решении систем линейных уравнений можно использовать методы Гаусса, Крамера или метод обратной матрицы.

### Метод Крамера.

Разберем этот метод решения на примере системы

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = h_1; \\ a_{12}x + a_{22}y = h_2. \end{cases}$$

Вычислим основной определитель системы

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \quad \text{и определители} \quad \Delta_x = \begin{vmatrix} h_1 & a_{12} \\ h_2 & a_{22} \end{vmatrix} \quad \text{и} \quad \Delta_y = \begin{vmatrix} a_{11} & h_1 \\ a_{21} & h_2 \end{vmatrix}.$$

$$\text{Тогда} \quad \boxed{x = \frac{\Delta_x}{\Delta}, \quad y = \frac{\Delta_y}{\Delta}.}$$

Метод применим если основной определитель  $\Delta \neq 0$ .

При  $\Delta = 0$  система имеет бесконечно много решений, если

$$\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta_3 = 0,$$

и не имеет решения, если хотя бы один определитель  $\Delta_j \neq 0$ .

**Пример.** Решить систему

$$\begin{cases} 2x - y = 1; \\ x + 6y = 2. \end{cases}$$

Решение.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 6 \end{vmatrix} = 12 - (-1) \cdot 1 = 13; \Delta_x = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 6 \end{vmatrix} = 6 - (-1) \cdot 2 = 8,$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 4 - 1 = 3$$

$$x = \frac{8}{13}, y = \frac{3}{13}.$$

**Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.**

**Пример.** Решить систему

$$\begin{cases} x - y + z = 4; \\ 3x + 4y - 5z = -14; \\ 2x + 5y - z = 7. \end{cases}$$

Решение. Запишем коэффициенты системы и правые части уравнений в матрицу, которая называется расширенной матрицей системы:

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 4 \\ 3 & 4 & -5 & -14 \\ 2 & 5 & -1 & 7 \end{array} \right).$$

Матрица, состоящая из коэффициентов при неизвестных, называется основной матрицей системы.

При решении системы можно прибавлять к строке расширенной матрицы другую строку, умноженную на какое-нибудь число. Мы стремимся получить нули во всех точках ниже диагонали основной матрицы.

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 4 \\ 3 & 4 & -5 & -14 \\ 2 & 5 & -1 & 7 \end{array} \right).$$

Для этого ко второй строке прибавим первую, умноженную на  $(-3)$ , а к третьей – первую умноженную на  $(-2)$ .

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 4 \\ 0 & 7 & -8 & -26 \\ 0 & 7 & -3 & -1 \end{array} \right) (-3); (-2)$$

Нам осталось получить один ноль в третьей строке и втором столбце. Для этого прибавим к третьей строке вторую, умноженную на  $(-1)$ .

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 4 \\ 0 & 7 & -8 & -26 \\ 0 & 0 & 5 & 25 \end{array} \right) (-1)$$

Этой матрице соответствует система

$$\begin{cases} x - y + z = 4; \\ 7y - 8z = -26; \\ 5z = 25. \end{cases}$$

Из последнего уравнения  $z = 5$ . Подставляем это значение во второе уравнение:  $7y - 8 \cdot 5 = -26 \Rightarrow 7y = 14 \Rightarrow y = 2$ . Подставляем эти значения в первое уравнение  $x - 2 + 5 = 4 \Rightarrow x = 1$ .

Ответ:  $x = 1; y = 2; z = 5$ .

**Пример 2.** Решить систему

$$\begin{cases} x + 3y - 4z = 5; \\ 5x - y + z = 9; \\ 7x + 5y - 7z = 19. \end{cases}$$

Записываем матрицы системы и преобразуем их

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -4 & 5 \\ 5 & -1 & 1 & 9 \\ 7 & 5 & -7 & 19 \end{array} \right) (-5) (-7) = \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -4 & 5 \\ 0 & -16 & 21 & -16 \\ 0 & -16 & 21 & -16 \end{array} \right) = \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -4 & 5 \\ 0 & -16 & 21 & -16 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right).$$

Число неизвестных больше, чем число уравнений, значит можно ожидать, что решений будет бесконечное множество или их вообще не будет. Сравним ранги основной и расширенной матриц. Любой минор третьего порядка содержит нулевую строку и поэтому равен нулю. С другой стороны, существуют миноры второго порядка неравные нулю. Например,

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -16 \end{vmatrix} = -16 \neq 0$$

Этот минор принадлежит обеим матрицам, поэтому ранги обеих матриц равны 2. По теореме Кронекера-Капелли система, в которой ранги основной и расширенной матриц совпадают должна иметь решения. Так как число неизвестных на единицу больше чем ранги обеих матриц, то система имеет бесконечное множество решений и одно из неизвестных можно положить свободным, а другие выразить через него. Например, пусть  $z$  - свободная переменная. Выразим  $y$  из второго уравнения:

$$-16 + 21z = -16 \Rightarrow -16y = -16 - 21z \Rightarrow y = 1 + \frac{21}{16}z$$

Подставим эти значения в первое уравнение:

$$x = 5 - 3\left(1 + \frac{21}{16}z\right) + 4z = 2 + \left(4 - \frac{43}{16}\right)z = 2 + \frac{21}{16}z$$

Ответ: Система имеет множество решений. При любом значении  $z$  тройка

чисел  $\left(2 + \frac{21}{16}z; 1 + \frac{21}{16}z; z\right)$  является решением системы.

## Раздел 2. Дифференциальное и интегральное исчисление

Студент должен:

знать:

- определение производной, её геометрический смысл;
- таблицу производных;
- формулы производных суммы, произведения, частного;
- основные методы интегрирования;
- таблицу простейших интегралов;
- формулу Ньютона-Лейбница;
- определение частной производной;
- свойства определённого и неопределённого интегралов.

уметь:

- вычислять производные функции при данном значении аргумента;
- исследовать функции с помощью производной и строить графики;
- интегрировать простейшие определённые интегралы;
- вычислить площади плоских фигур;
- находить частные производные различных порядков.

Функции одной независимой переменной. Пределы. Непрерывность функций. Производная, геометрический смысл. Исследование функций. Неопределённый интеграл. Непосредственное интегрирование. Замена переменной. Опреде-

лённый интеграл. Вычисление определённого интеграла. Геометрический смысл определённого интеграла. Функции нескольких переменных. Приложение интеграла к решению прикладных задач. Частные производные.

## Краткие теоретические сведения

Переменная  $Z$  называется **функцией двух независимых переменных  $x$  и  $y$** , если некоторым парам значений  $x$  и  $y$  по какому-либо правилу или закону ставится в соответствие определённое значение  $Z$ .

**Пример 1.** Площадь  $S$  прямоугольника со сторонами, длины которых  $x$  и  $y$ , выражается формулой  $S=xy$ , т.е. значения  $S$  определяется совокупностью значений  $x$  и  $y$ .

Множество  $G$  пара значений  $x$  и  $y$ , которые могут принимать переменные  $x$  и  $y$ , называются **областью определения** или **областью существования функции**, а множество всех значений, принимаемых  $Z$  в области определения, - **областью значений функции  $Z$** . Переменные  $x$  и  $y$  называются **аргументами функции  $Z$** .

Символически функция двух переменных обозначается так:

$$Z=f(x,y), Z=F(x,y), Z=\varphi(x,y), Z=Z(x,y) \text{ и т. д.}$$

**Пример 2.** Областью определения функции  $Z=1-x-y$  является множество всех пар чисел  $(x,y)$  или  $D(Z)=\{(x,y)/x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}\}$ , т.е. вся плоскость  $xOy$ , а областью значений этой функции – промежуток  $(-\infty; +\infty)$

Практика показывает, что часто приходится по заданной производной или по заданному дифференциалу функции находить функцию, от которой была взята производная и дифференциал, т.е. выполнять обратную задачу дифференцированию – интегрирование.

Функция  $F(x)$  называется **первообразной** для функции  $f(x)$  на интервале  $(a;b)$ , если в любой точке этого промежутка ее производная равна  $f(x)$ , т.е.

$$F'(x)=f(x), x \in (a;b)$$

Совокупность первообразных для функции  $f(x)$  или для дифференциала  $f(x)dx$  называется **неопределённым интегралом** и обозначается символом

$$\int f(x)dx = F(x) + C, \text{ где}$$

$f(x)$  – подынтегральная функция

$f(x)dx$  – подынтегральное выражение

$c$  – произвольная постоянная.

### Основные свойства неопределённого интеграла:

1°. Производная неопределённого интеграла равна подынтегральной функции, т.е.

$$\left( \int f(x)dx \right)' = f(x)$$

2°. Постоянный множитель подынтегрального выражения можно вынести за знак интеграла, т.е.

$$\int mf(x)dx = m \int f(x)dx, \text{ где } m = const$$

3°. Интеграл от алгебраической суммы функции равен алгебраической сумме интегралов от этих функций, т.е.

$$\int (f(x) \pm \varphi(x))dx = \int f(x)dx \pm \int \varphi(x)dx.$$

4°. Дифференциал неопределенного интеграла равен подынтегральному выражению, т.е.

$$d \int f(x)dx = f(x)dx$$

5°. Неопределенный интеграл от дифференциала (производной) некоторой функции равен сумме этой функции и произвольной постоянной  $C$ , т.е.

$$\int dF(x) = F(x) + c \text{ или } \int F'(x)dx = F(x) + c$$

Если  $F(x)+C$ - первообразная функция для  $f(x)$ , то приращение  $F(b)-F(a)$  первообразных функций при изменении аргумента  $x$  от  $x=a$  до  $x=b$  называется **определенным интегралом** и обозначается символом

$$\int_a^b f(x)dx, \text{ т.е. } \int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a), \text{ где}$$

$a$  – нижний предел определенного интеграла

$b$  – верхний предел определенного интеграла.

### Основные свойства определенного интеграла:

1°. При перестановке пределов интегрирования знак интеграла меняется на противоположный:

$$\int_a^b f(x)dx = - \int_b^a f(x)dx.$$

2°. Постоянный множитель можно вынести за знак определенного интеграла, т.е.

$$\int_a^b mf(x)dx = m \int_a^b f(x)dx, \text{ где } m = const$$

3°. Определенный интеграл от алгебраической суммы функций равен алгебраической сумме определенных интегралов от этих функций, т.е

$$\int_a^b (f(x) \pm \varphi(x))dx = \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b \varphi(x)dx$$

4°. Если  $a, b, c$  принадлежат интервалу, на котором функция непрерывна, то

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$$

Определенный интеграл широко применяется на практике, в частности, при вычислении площадей плоских фигур и объемов тел вращения.

### Литература

1. Дадаян А.А. Математика: Учебник для студентов образовательных учреждений среднего профессионального образования. - Москва: Форум: Инфра-М, 2004\*. Гл. 10, стр. 315-321, 334-336, 341-348.

2. Воронов М.В., Мещерякова Г.Л. Математика для студентов гуманитарных факультетов: Учебное пособие. –Р-н-Д, 2002\*. Гл. 4.4, стр. 171-175; Гл. 4.5, стр. 176-182.

3. Богатов Д.Ф., Богатов Ф.Г. Математика для юристов в вопросах и ответах: Учебное пособие. - М., 2001\*.

4. Колмогоров А.Н., Абрамов А.И., Дудницын Ю.П. и др.: под ред. А.Н. Колмогорова Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений - Москва: Просвещение, 2003. Гл. 3, стр. 174-181, 188-194

## Раздел 3. Основы дискретной математики

### Тема 3.1. Множества и отношения. Свойства отношений. Операции над множествами.

Студент должен:  
иметь представление:

- о способах задания множеств;
- о диаграммах Эйлера;

знать:

- определения: множества, отношения;
- операции и свойства операций над множествами;
- свойства отношений.

### Краткие теоретические сведения

**Множество** – это любая совокупность, объединение некоторых объектов произвольной природы, называемых **элементами**.

#### Способы задания множеств.

- 1) Множество можно задать, перечислив все его элементы.
- 2) Указывают характеристическое свойство его элементов.

**Характеристическое свойство** – это такое свойство, которым обладает каждый элемент, принадлежащий множеству, и не обладает ни один элемент, который ему не принадлежит.

Пример: А – множество трехзначных чисел



Тогда характеристическим свойством множества  $A$  является свойство быть трехзначным числом”

Характеристическое свойство можно (не всегда) задать в символической форме.

Например, множество  $B$  натуральных чисел, меньших 5, можно задать так:

$$B = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x < 5\}, \quad x - \text{элемент множества } B.$$

**Пересечением множеств  $A$  и  $B$**  называется множество, содержащее все элементы, которые принадлежат множеству  $A$  и  $B$ .

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ и } x \in B\}$$

$A \cap B = \emptyset$ , если  $A$  и  $B$  не имеют общих элементов.

Пример: Рассмотрим множества  $A = \{a, b, c, d, e\}$  и  $B = \{c, d, e\}$

$A \cap B = \{c, d, e\} = B$ . Тогда  $B$  является **подмножеством множества  $A$** . Обозначают  $B \subset A$

**Объединением множеств  $A$  и  $B$**  называется множество, содержащее все элементы, которые принадлежат множеству  $A$  или множеству  $B$ .

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ или } x \in B\}$$

**Декартовым произведением множеств  $A$  и  $B$**  называется множество всех пар, первое компонента которых принадлежит множеству  $A$ , а вторая компонента принадлежит множеству  $B$ .

Обозначают  $A \times B$ .

$$A \times B = \{(x; y) \mid x \in A \wedge y \in B\}$$

#### Раздел 4. Комплексные числа.

Комплексным числом называется выражение вида  $a + ib$ , где  $a$  и  $b$  – любые действительные числа,  $i$  – специальное число, которое называется мнимой единицей. Для таких выражений понятия равенства и операции сложения и умножения вводятся следующим образом:

Два комплексных числа  $a + ib$  и  $c + id$  называются равными тогда и только тогда, когда  $a = c$  и  $b = d$ .

Суммой двух комплексных чисел  $a + ib$  и  $c + id$  называется комплексное число  $a + c + i(b + d)$ .

Произведением двух комплексных чисел  $a + ib$  и  $c + id$  называется комплексное число  $ac - bd + i(ad + bc)$ .

Комплексные числа часто обозначают одной буквой, например,  $z = a + ib$ . Действительное число  $a$  называется действительной частью комплексного числа  $z$ , действительная часть обозначается  $a = \operatorname{Re} z$ . Действительное число  $b$  называется мнимой частью

комплексного числа  $z$ , мнимая часть обозначается  $b = \operatorname{Im} z$ .

#### Раздел 5. Основы теории вероятностей и математической статистики.

## Тема 5.1 Основные понятия комбинаторики. Бином Ньютона.

Студент должен:

знать:

- понятия перестановки, размещения, сочетания;
- Бином Ньютона, треугольник Паскаля.

уметь:

- вычислять перестановки, размещения, сочетания;
- выполнять разложение бинома, находить члены бинома;
- решать комбинаторные уравнения и задачи.

Основные понятия комбинаторики. Перестановки. Размещения. Сочетания. Бином Ньютона.

### Краткие теоретические сведения

Задачи, при решении которых приходится составлять различные комбинации из конечного числа элементов и производить подсчет числа всех возможных таких комбинаций, называются комбинаторными.

#### Основные понятия из теории соединений

1. **Размещением** из  $n$  различных элементов по  $m$  элементов ( $m < n$ ) называется соединение, которое отличается либо составом, либо порядком своих элементов.

Например, выпишем все размещения из элементов  $a, b, c, d$  по два элемента:  $ab, ba, ac, ca, ad, da, bc, cb, bd, db, cd, dc$ .

Для любого натурального числа  $n$  произведение  $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot n$  обозначается  $n!$

читается  $n$ -факториал.

Формула для подсчета числа размещений:  $A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$

*Задача:* Найти количество всех двузначных чисел, состоящих из чисел  $1, 2, 3, \dots, 9$ .

*Решение:* Это задача о размещении из 9 элементов по 2 элемента, т.к. любые двузначные числа отличаются либо составом цифр, либо их порядком.

$$A_9^2 = \frac{9!}{7!} = 72$$

2. **Сочетанием** из  $n$  различных элементов по  $m$  элементов ( $m < n$ ) называется соединение, которое отличается только составом своих элементов.

Например, выпишем все сочетания из элементов  $a, b, c, d, e$  по три элемента:  $abc, abd, abe, acd, ace, ade, bcd, bce, bde, cde$ .

Формула для подсчета числа сочетаний:  $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$

*Задача:* Дано 5 различных чисел a, b, c, d, e. Сколько можно составить всевозможных произведений из этих чисел, состоящих из двух различных множителей?

*Решение:* Это задача о числе сочетаний из 5 элементов по 2 элемента, т.к. произведения отличаются только составом множителей  $C_5^2 = \frac{5!}{2!(5-2)!} = 10$

**3. Перестановками** из  $n$  различных элементов называются всевозможные соединения из этих  $n$  элементов, т.е. соединения, каждое из которых содержит  $n$  различных элементов, взятых в определённом порядке.

Например, все перестановки из элементов a,b,c: abc, acb, bac, bca, cab, cba.

Формула для подсчета числа перестановок:  $P_n = n!$

*Задача:* На столе находятся 5 различных геометрических фигур, (круг, треугольник, квадрат, ромб, прямоугольник). Сколькими способами можно разложить эти фигуры в один ряд?

*Решение:* Это задача о числе перестановок из 5 элементов.  $P_5 = 5! = 120$ .

## **Тема 5.2. Вероятность. Теоремы сложения и умножения вероятностей.**

Студент должен:

знать:

- понятия: событие, частота и вероятность появления события, совместные и несовместные события, полная вероятность;

- теорему сложения вероятностей;

- теорему умножения вероятностей;

уметь:

- находить вероятность в простейших задачах, используя классическое определение вероятностей;

- решать задачи с применением теоремы сложения вероятностей для несовместных событий.

Понятие события и вероятности события. Достоверные и невозможные события. Классическое определение вероятностей. Теорема сложения вероятностей.

### **Краткие теоретические сведения**

#### **Основные понятия из теории вероятности.**

К основным понятиям теории вероятности относятся: *испытание, событие, вероятность*. **Испытание** – реализация комплекса условий, в результате которого непременно произойдет какое-либо событие. Например, бросание монеты – испытание; появление герба или цифры – события.

**Случайным событием** называется событие, которое при осуществлении испытания может произойти, а может и не произойти. Например, выстрел по цели — это опыт, случайные события в этом опыте – попадание в цель или промах.

Событие называется **достоверным**, если в результате опыта оно непременно должно произойти, и **невозможным**, если оно заведомо не произойдет. События называются **несовместными**, если ни какие два из них не могут появиться вместе. Например, попадание и промах при одном выстреле – это несовместные события.

Несколько событий образуют **полную систему событий**, если в результате опыта непременно должно произойти хотя бы одно из них. Например, при бросании игральной кости события, состоящие в выпадении одного, двух, трех, четырех, пяти и шести очков, образуют полную систему событий.

События называются **равновозможными**, если ни одно из них не является более возможным, чем другие. Например, при бросании монеты выпадение герба или числа - события равновозможные.

Каждое событие обладает какой-то степенью возможности. Числовая мера степени объективной возможности события - это **вероятность события**. Вероятность события  $A$  обозначается  $P(A)$ .

Пусть из системы  $n$  несовместных равновозможных исходов испытания  $m$  исходов благоприятствуют событию  $A$ . Тогда **вероятностью** события  $A$  называют отношение  $m$  числа исходов, благоприятствующих событию  $A$ , к числу  $n$  всех исходов данного испытания:  $P(A)=m/n$ .

Если  $B$  – достоверное событие, то  $P(B)=1$ ; если  $C$  – невозможное событие, то  $P(C)=0$ , если  $A$  – случайное событие, то  $0 < P(A) < 1$ .

*Задача.* Игральную кость подбрасывают один раз. Найти вероятность появления четного числа очков.

*Решение.* Опыт имеет шесть равновозможных независимых исходов (появление одного, двух, трех, четырех, пяти и шести очков), образующих полную систему. Событию благоприятствуют три исхода (появление двух, четырех и шести очков), поэтому  $P(A)=3/6=1/2$

При вычислении вероятности часто приходится использовать формулы комбинаторики.

## 7. ЗАДАНИЯ ДЛЯ ВЫПОЛЕНИЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

### Элементы линейной алгебры.

1. Даны матрицы  $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}$

Найти их сумму  $A + B$ , произведение  $AB$  и разность  $A - B$ .

2. Записать систему в матричной форме  $\begin{cases} 2x + 3y = 7; \\ 4x - 5y = 3. \end{cases}$

3. Вычислить определитель  $\begin{vmatrix} 5 & 2 & 3 \\ 1 & 5 & 7 \\ 3 & 2 & 5 \end{vmatrix}$  тремя способами.

4. Решить систему тремя методами  $\begin{cases} x - y + 3z = 3 \\ x + y = 2 \\ y - 4z = -3. \end{cases}$

### Пределы

1. Найти предел:

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x-5}{x^2+2x}$ .

b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - x^2 + 3x - 3}{2x^3 - 2x^2 + x - 1}$ .

c)  $\lim_{x \rightarrow -6} \frac{x^2 + 7x + 6}{x^3 + 6x^2 + 3x + 18}$ .

d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 10x}$ .

e)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 5x}$ .

f)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{8x}{\operatorname{tg} x}$ .

### Производная функции

Найти производные следующих функций;

1.  $f(x) = (x^3 - 2x + 7)^4$ ;

2.  $f(x) = \cos(3x^2 - 1)$ ;

3.  $f(x) = \cos(x^3 - 2x)$ ;

4.  $f(x) = 6 \sin^3 x$ ;

5.  $f(x) = 3 \operatorname{ctg}(2x^2 - 1)$ ;

6.  $f(x) = (x^2 + 1) \cdot \sqrt{x^2 - 3}$ ;

7.  $f(x) = (\sin x + 2) \cdot \cos x$ ;

8.  $f(x) = \operatorname{tg}(3x^2 - 2)$ ;

9.  $f(x) = \operatorname{tg}^2 4x$ ;

10.  $f(x) = (x^3 + 2) \cdot \sqrt{(x^2 - 1)^2}$ ;

### Применение производной для исследования функции

1. Найти область определения и асимптоты

1)  $y = \frac{x}{2+x^3}$

2)  $y = \frac{x^3}{1+x}$

3)  $y = \frac{x}{1-x}$

2. Найти интервалы выпуклости, вогнутости, точки перегиба

- 1)  $y = 3x + x^2 - 6x^3 + 8$   
 $y = 2x^3 + 5x^2 - 4x + 1$   
 2)  $y = x^3(x-1)$

### Интегральное исчисление

Найти или вычислить интегралы:

1. а)  $\int \sqrt[3]{(3x^2 - 2)^2} dx$ ;                      б)  $\int_0^1 3e^x dx$ ;
2. а)  $\int_{-1}^1 e^x dx$                                       б)  $\int_2^3 \frac{2dx}{3x-1}$ ;
3. а)  $\int_0^{\pi/2} 2 \sin \frac{x}{2} dx$                       б)  $\int_0^{\pi/6} \cos 3x dx$ ;
4. а)  $\int \left( x^2 - \frac{1}{\cos^2 x} \right) dx$                       ; б)  $\int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{dx}{\sin^2 x}$ ;

### 4. Элементы комбинаторики и теории вероятностей

1. а) Сколькими способами из группы, включающей 25 учащихся, можно выбрать актив группы в составе старосты и профорга?  
 б) В урне находится 7 красных и 6 синих шаров. Из урны одновременно вынимают 2 шара. Какова вероятность того, что оба шара красные.
2. а) Найти количество всех трехзначных чисел, состоящих из чисел 1,2,3.  
 б) Набирая номер телефона, абонент забыл три последние цифры, и помня только, что они различны, набрал их наудачу. Какова вероятность, что он набрал нужные цифры.
3. а) Сколькими способами можно распределить 12 человек по бригадам, если в каждой бригаде по 6 человек.  
 б) К концу дня в магазине осталось 60 арбузов, из которых 50 спелых. Покупатель выбирает 2 арбуза. Какова вероятность, что оба арбуза спелые?
4. а) В третьем классе изучается 10 предметов. В понедельник 4 урока. Сколькими способами можно составить расписание на этот день?  
 б) В партии из 24 деталей 6 бракованных. Из партии выбирают наугад детали. Найти вероятность того, что они все будут бракованными.
5. а) Сколькими способами можно из 20 человек назначить двух дежурных, из которых один старший?  
 б) Карточка «Спортлото» содержит 49 чисел. В тираже участвуют 6 чисел. Какова вероятность того, что будет верно угадано 4 числа?
6. а) В подразделении 30 солдат и 3 офицера. Сколькими способами можно выделить патруль, состоящий из 3 солдат и одного офицера?  
 б) Из группы, состоящей из 10 юношей и 8 девушек, выбирают по жребию дежурных. Какова вероятность того, что все выбранные окажутся юношами?
7. а) Из 8 различных цветков нужно составить букет так, чтобы в него входило не менее 2 цветков. Сколько существует способов для составления такого букета?  
 б) Студент знает 20 из 25 вопросов программы. Вычислить вероятность того, что студент знает 2 вопроса из билета.
8. а) Сколькими способами можно выбрать четырёх человек на четыре различные должности из девяти кандидатов на эти должности?  
 б) В лотерее из 50 билетов 8 выигрышных. Какова вероятность того, что 4 наугад выбранных билета будут выигрышными?  
 9. а) Из 7 бегунов и 3 прыгунов нужно составить команду из 5 человек, в которую должен входить хотя бы один прыгун. Сколькими способами это можно сделать?  
 б) В партии из 10 деталей имеются 3 нестандартных. Найти вероятность того, что 3 наудачу взятые детали будут стандартными.

### 8. ПРИМЕРЫ ТЕСТИРОВАНИЕОВЫХ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТИРОВАНИЕАЦИИ

#### Тема 1. Элементы линейной алгебры

|   |  |
|---|--|
| <p>1. Определитель <math>\begin{vmatrix} 1 &amp; a \\ -3 &amp; 6 \end{vmatrix} = 0</math> при <math>a = ?</math></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>2;</li> <li>-2;</li> <li>3;</li> <li>1.</li> </ol>  | $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \text{ и } B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \\ 6 & 1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}.$ <p>2. Даны матрицы<br/>Тогда матрица:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>A \square B</math> не существует;</li> <li><math>A \square B</math> имеет размерность <math>2 \times 2</math>;</li> <li><math>A \square B</math> имеет размерность <math>2 \times 4</math>;</li> <li><math>A \square B</math> имеет размерность <math>3 \times 4</math>.</li> </ol> |
| $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ <p>3. Матрица называется:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>единичной;</li> <li>квадратной;</li> <li>невырожденной;</li> <li>обратной;</li> <li>матрица треугольного вида.</li> </ol>  | $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & 2 \end{pmatrix}$ <p>4. Определитель матрицы равен:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>не существует;</li> <li>-2;</li> <li>0;</li> <li>8.</li> </ol>   |
| <p>5. Понятие определителя введено для матрицы:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>единичной;</li> <li>квадратной;</li> <li>транспонированной;</li> <li>обратной;</li> </ol>  | <p>6. Две матрицы <math>A_{n \times k}</math> и <math>B_{m \times l}</math> можно перемножить (<math>A \square B</math>), если</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>n = m</math>;</li> <li><math>k = m</math>;</li> <li><math>k = l</math>;</li> <li><math>n = l</math>.</li> </ol>  |
| <p>7. Минор элемента <math>a_{23}</math> матрицы</p> $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 5 & -2 \\ 4 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ <p>равен:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>M_{23} = \begin{vmatrix} 1 &amp; 3 \\ 3 &amp; -2 \end{vmatrix}</math>;</li> <li><math>M_{23} = -\begin{vmatrix} 1 &amp; 2 \\ 4 &amp; 2 \end{vmatrix}</math>;</li> <li><math>M_{23} = -\begin{vmatrix} 1 &amp; 2 \\ 3 &amp; 5 \end{vmatrix}</math>;</li> <li><math>M_{23} = \begin{vmatrix} 1 &amp; 2 \\ 4 &amp; 2 \end{vmatrix}</math>.</li> </ol>  | <p>8. При решении систем <math>m</math> линейных уравнений с <math>n</math> неизвестными применяются:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>все методы;</li> <li>матричный метод;</li> <li>метод Гаусса;</li> <li>метод Крамера.</li> </ol>   |
| <p>9. Назовите способ нахождения определителя</p> $\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 3 \\ -2 & 3 & 1 \end{vmatrix} =$ $= 0 \cdot (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} + 3 \cdot (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} +$ $+ 1 \cdot (-1)^{3+3} \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 0 - 3 \cdot (6 - 2) + 1 \cdot (2 + 1) = -9$ <ol style="list-style-type: none"> <li>правило Саррюса;</li> <li>приведение к треугольному виду;</li> <li>разложение определителя по элементам строки (столбца);</li> <li>матричный метод.</li> </ol> | <p>10. Установите соответствие между значениями определителей и числом решений системы 3-х линейных уравнений с 3-мя неизвестными:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>\Delta \neq 0</math> а) не имеет решения;</li> <li><math>\Delta = 0, \Delta_x = \Delta_y = \Delta_z = 0</math> б) одно решение;</li> <li><math>\Delta = 0</math>, а хотя бы один из <math>\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z</math> отличен от нуля. в) множество решений или ни одного.</li> </ol>                                      |
| <p>11. Дана матрица <math>A = \begin{pmatrix} 1 &amp; 2 \\ 3 &amp; 4 \end{pmatrix}</math>. Укажите матрицу, которая является обратной к матрице <math>A</math>:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>A^{-1} = \begin{pmatrix} 0.5 &amp; 1 \\ 1.5 &amp; 4 \end{pmatrix}</math>;</li> </ol>   | <p>12. Известно, что <math> A  = 5</math>, чему равен определитель матрицы <math>B = A^T</math></p> <p>13. Напишите методы, применяемые для решения систем <math>n</math> линейных уравнений с <math>n</math> неизвестными.</p>  |

|   |  |
|---|--|
| <p>2. <math>A^{-1} = \begin{pmatrix} 0.5 &amp; -1 \\ -1.5 &amp; 2 \end{pmatrix};</math></p> <p>3. <math>A^{-1} = \begin{pmatrix} -2 &amp; 1 \\ 1.5 &amp; -0.5 \end{pmatrix};</math></p> <p>4. <math>A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 &amp; -1 \\ -1.5 &amp; 0.5 \end{pmatrix};</math></p> | <p><b>14.</b> Напишите отличия задач линейного программирования от задач математического программирования.</p> |
| <p><b>15.</b> Запишите задачу в форме основной задачи ЛП:</p> $F = 2x_1 - 5x_2 \rightarrow \min$ $\begin{cases} -x_1 + x_2 \geq 4 \\ 2x_1 - x_2 \leq 16 \end{cases}$  | <p><b>16.</b> Решите систему тремя способами:</p> $\begin{cases} 2x + y = 4, \\ x - 4y = -7. \end{cases}$      |

## Раздел 2 Дифференциальное и интегральное исчисление

1) Область определения функции – это

- а) множество точек плоскости с координатами  $(x, f(x))$ , где  $x \in D$ ;
- б) это множество всех значений, которые принимает функция;
- в) множество значений  $x$ , при которых функция определена;

г) значение функции  $y = f(x)$  в точке  $x_0$ .

2) Область значений функции – это

- а) множество значений  $x$ , при которых функция определена;
- б) это множество всех значений, которые принимает функция;

в) множество точек плоскости с координатами  $(x, f(x))$ , где  $x \in D$ ;

г) значение функции  $y = f(x)$  в точке  $x_0$ .

1) График функции  $y = f(x)$  – это

- а) это множество всех значений, которые принимает функция;
- б) множество значений  $x$ , при которых функция определена;

в) множество точек плоскости с координатами  $(x, f(x))$ , где  $x \in D$ ;

г) значение функции  $y = f(x)$  в точке  $x_0$ .

3) Производной функции  $y = f(x)$  в точке  $x$  называется

а) предел отношения приращения функции к приращению аргумента, когда приращение функции стремится к нулю;

б) предел отношения приращения функции к приращению аргумента, когда приращение аргумента стремится к нулю;

в) предел отношения приращения аргумента к приращению функции, когда приращение аргумента стремится к нулю;

г) предел отношения приращения аргумента к приращению функции, когда приращение функции стремится к нулю.

4) Геометрический смысл производной: производная  $f'(x_0)$  – это

а) угловой коэффициент нормали к графику функции  $y = f(x)$  в точке  $M(x_0, y_0)$ ;

б) угловой коэффициент касательной к графику функции  $y = f(x)$  в точке  $M(x_0, y_0)$

в) угловой коэффициент нормали к графику функции  $y = f(x)$  в точке  $M(x_0, 0)$

г) угловой коэффициент касательной к графику функции  $y = f(x)$  в точке.

5) Физический смысл производной: если  $s = s(t)$  – уравнение прямолинейного движения точки, то

$$\frac{ds}{dt} = V$$

– это

а) ускорение точки в момент времени  $t$ ;

б) скорость движения в момент времени  $t$ ;

в) траектория движения в момент времени  $t$ ;



- г) путь, пройденный точкой за время  $[0; t]$ .
- 6) Функция имеет точку перегиба тогда и только тогда, когда
- первая производная функции в точке перегиба равна нулю
  - вторая производная функции в точке перегиба равна нулю
  - при переходе через точку перегиба вторая производная меняет знак на противоположный
  - при переходе через точку перегиба производная меняет знак на противоположный
- 7) При дифференцировании степенной функции:
- степень понижается на единицу
  - степень понижается на двойку
  - степень повышается на единицу
  - степень повышается на двойку
- 8) Функция имеет точку перегиба тогда и только тогда, когда
- первая производная функции в точке перегиба равна нулю
  - вторая производная функции в точке перегиба равна нулю
  - при переходе через точку перегиба вторая производная меняет знак на противоположный
- 9) при переходе через точку перегиба первая производная меняет знак на противоположный. Функция  $F(x)$  называется первообразной для функции  $f(x)$ , если выполняется равенство:
- $F'(x) = f(x)$ ; б)  $F(x) = f'(x)$ ; в)  $F(x) = f^2(x)$ ; г)  $F'(x) = f'(x)$
- 10) Совокупность всех первообразных называется:
- определенным интегралом
  - неопределенным интегралом
  - неопределенным дифференциалом
  - определенным дифференциалом
- 11) При интегрировании степенной функции:
- степень понижается на единицу
  - степень понижается на двойку
  - степень повышается на единицу
  - степень повышается на двойку
- 12) Определенный интеграл от функции  $f(x)$  на промежутке  $[a, b]$  равен
- объему фигуры, образованной вращением графика функции  $f(x)$  относительно оси  $OX$  и прямыми  $x=a$  и  $x=b$
  - площади криволинейной трапеции, образованной графиком функции  $f(x)$ , положительной осью  $OX$  и прямыми  $x=a$  и  $x=b$
  - площади криволинейной трапеции, образованной графиком функции  $f(x)$ , осью  $OX$  и прямыми  $x=a$  и  $x=b-a$
  - $F(b)-F(a)$ , где  $F(x)$  - первообразная функции  $f(x)$
- 13) Значение предела функции  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{x} =$
- 14) Значение предела функции  $(2x^2+3x+6)/(x^2+x+2)$  при  $x \rightarrow \infty$  равно
- 15) Функция  $y=x/(x^2+1)$  в окрестности нуля является
- бесконечно малой величиной
  - бесконечно большой величиной
  - ни тем, ни другим
- 16) Значение предела функции  $(n^3+2n-3)/(n^2-4n-1)$  при  $n \rightarrow \infty$  равно
- $$y = \frac{x^2 + 1}{x}$$
- 17) Функция  $y = \frac{x^2 + 1}{x}$  в окрестности нуля является
- бесконечно малой величина
  - бесконечно большой величина
  - ни тем, ни другим
- 18) Значение второго замечательного предела равно
- 0; б) 1; в) e; д)  $\infty$

### Раздел 3. Комплексные числа

#### Раздел 4. Основы дискретной математики

1. В магазине имеются подарочные товары пяти наименований.

Какой формулой необходимо воспользоваться для подсчета способов формирования подарочного набора к празднику пожилого человека из семи предметов?

$$a) C_n^m = \frac{(m+n-1)!}{m!(n-1)!}; \quad б) C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

$$в) P_n = n!; \quad г) A_n^m = n^m.$$

## Раздел 5. Элементы теории вероятностей и математической статистики

### Элементы теории вероятностей

- 1) Вероятностью события  $A$  называется число  $P(A)$ , удовлетворяющее условиям (**отметьте несколько верных ответов**)
  - А)  $0 \leq P(A) \leq 1$
  - Б)  $P(\Omega) = 1$ , где  $\Omega$  – достоверное событие;
  - В) если  $A, B$  – несовместные события, то  $P(A+B) = P(A) + P(B)$
  - Г) если  $A, B$  – зависимые события, то  $P(AB) = P(A) \cdot P(B)$
  - Д) если  $A, B$  – совместные события, то  $P(A+B) = P(A) + P(B)$
- 2) Выберите формулу вероятности события  $H$ :
  - а)  $p(H) = m \cdot n$
  - б)  $p(H) = m + n$
  - в)  $p(H) = m / n$
  - г)  $p(H) = m - n$
- 3) Достоверное событие – это
  - А) событие, которое может произойти или не произойти в результате испытания
  - Б) событие, которое обязательно произойдет в результате испытания
  - В) событие, которое никогда не произойдет в результате испытания
- 4) Произведением событий  $A$  и  $B$  называется событие  $A \cdot B$ , которое заключается в том, что
  - А) произошло хотя бы одно из событий  $A$  или  $B$
  - Б) произошли оба события  $A$  и  $B$
  - В) событие  $A$  не произошло
  - Г) события  $A$  и  $B$  не произошли
- 5) Невозможное событие – это
  - А) событие, которое может произойти или не произойти в результате испытания
  - Б) событие, которое обязательно произойдет в результате испытания
  - В) событие, которое никогда не произойдет в результате испытания
- 6) Противоположным к событию  $A$  называется событие  $\bar{A}$ , которое заключается в том, что
  - А) произошло хотя бы одно из событий  $A$  или  $B$
  - Б) произошли оба события  $A$  и  $B$
  - В) событие  $A$  не произошло
  - Г) события  $A$  и  $B$  не произошли
- 7) Случайное событие – это
  - А) событие, которое может произойти или не произойти в результате испытания
  - Б) событие, которое обязательно произойдет в результате испытания
  - В) событие, которое никогда не произойдет в результате испытания
- 8) Суммой событий  $A$  и  $B$  называется событие  $A + B$ , которое заключается в том,
  - А) что произошло хотя бы одно из событий  $A$  или  $B$
  - Б) что произошли оба события  $A$  и  $B$
  - В) что событие  $A$  не произошло
  - Г) что события  $A$  и  $B$  не произошли
- 9) Вероятность классическая отличается от статистической тем, что
  - 1) классическая вероятность вычисляется после опыта
  - 2) статистическая вероятность вычисляется до опыта
  - 3) статистическая вероятность вычисляется до опыта, а классическая вероятность вычисляется после опыта
  - 4) классическая вероятность вычисляется до опыта, а статистическая вероятность вычисляется после опыта
- 10) Вероятность того, что произошло и событие  $A$ , и событие  $B$ , при условии, что события независимы
  - 1)  $P(A \cap B) = P(A) + P(B)$ ;
  - 2)  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ ;
  - 3)  $P(A \cup B) = P(A) \cdot P(B)$ ;
  - 4)  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ ;

11) Вероятность того, что произошло или событие А, или событие В, при условии, что события несовместны:

1)  $P(A \cap B) = P(A) + P(B)$ ;

2)  $P(A \cap B) = P(A) * P(B)$ ;

3)  $P(A \cup B) = P(A) * P(B)$ ;

4)  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ ;

### Элементы математической статистики

1. Поставьте в соответствие каждое из следующих измерений к одному из видов шкал:

- |  |                       |
|--|-----------------------|
| а) числа, кодирующие темпераменты                    | 1) шкала наименований |
| б) академический ранг (ассистент, доцент, профессор) | 2) шкала порядка      |
| в) метрическая система расстояний                    | 3) интервальная шкала |
| г) телефонные номера                                 | 4) шкала отношений    |

2. Какой из показателей наиболее чувствителен к наличию крайних значений:

- 1) Мода; 2) медиана; 3) среднее арифметическое.

3. Большее стандартное отклонение показателей в одной совокупности в отличии от другой свидетельствует о:

- 1) связи значений 2) меньшем разбросе значений 3) большем разбросе значений;

4. Непрерывными признаками являются:

- а) пол человека;  
б) возраст человека;  
в) семейное положение;  
г) жилая площадь квартиры;  
д) число членов семьи;  
е) этажность здания.

5. При увеличении объема выборки в 4 раза средняя ошибка выборки:

- а) уменьшится в 4 раза;  
б) увеличится в 4 раза;  
в) останется неизменной;  
г) иное.

6. Размах вариации представляет собой абсолютную разность между:

- а) максимальным значением признака и средней;  
б) индивидуальным значением признака и средней;  
в) максимальным и минимальным значениями признака.

7. При анализе себестоимости 1 тыс. шт. кирпича получили:  $\bar{x} = 25$ ;  $\overline{x^2} = 641$ . Определите среднее квадратическое отклонение себестоимости 1 тыс. шт. кирпича?

- а) 24,7; б) 16; в) 0,3; г) 4.

8. Математическое ожидание дискретной случайной величины подсчитывается по формуле

а)  $M(x) = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_n p_n$

б)  $M(x) = x_1 + x_2 + \dots + x_n$

в)  $M(x) = p_1 + p_2 + \dots + p_n$

г)  $M(x) = \frac{x_1}{p_1} + \frac{x_2}{p_2} + \dots + \frac{x_n}{p_n}$ ,

где  $x_1, x_2, \dots, x_n$  – случайные величины;  $p_1, p_2, \dots, p_n$  – вероятности их проявления соответственно.

**9.** Математическое ожидание является аналогом

- 1) дисперсии; 2) среднего; 3) разброса; 4) вероятности.

**10.** Дискретная случайная величина

- 1) заполняет промежуток; 2) плавная;  
3) отдельные изолированные числа; 4) независимая.

**11.** Непрерывная случайная величина

1

- 12.** заполняет промежуток; 2) плавная;  
3) отдельные изолированные числа; 4) независимая.

**13.** Дисперсия является мерой

- 1) мат.ожидания; 2) среднего;  
3) разброса; 4) вероятности

**14.** Дисперсия дискретной случайной величины подсчитывается по формуле:

- а)  $D(x) = M(x^2) - M^2(x)$ ; б)  $D(x) = M(x^2)$ ;  
в)  $D(x) = M^2(x)$ ; г)  $D(x) = M(x^2) + M^2(x)$ ;

где  $M(x)$  – математическое ожидание случайной величины  $x$ .

**15.** График функции плотности нормального распределения имеет форму

- 1) параболы; 2) колокола;  
3) вогнутой дуги; 4) гиперболы.

**16.** Для нормального закона распределения средних значений по отношению к крайним значениям:

- 1) одинаково; 2) меньше; 3) независимо; 4) больше

**17.** Найдите вероятность выпадения четырех очков при бросании двух кубиков.

- а)  $3/36$ , б)  $4/36$  в)  $1/2$  г)  $1,85$ .

**18.** Найдите вероятность, что из букв з,к,п,а,о,н сложится слово «закон»?

- а)  $1/20$ , б)  $1/120$ , в)  $1/20$ , г)  $2/1296$ .

**19.** Статистическая вероятность попадания в цель при 50 выстрелах равна 0,5. Какова вероятность попадания при 100 выстрелах?

- а) 1 б) 0,5 в)  $1/100$  г)  $190/950$ .

**20.** Какова вероятность, что при жеребьевке из номеров от 1 до 60 Вам не достанется номер, содержащий цифру 7?

- а)  $7/60$  б)  $1/10$  в)  $6/61$  г)  $1/2730$

**21.** Бросают игральную кость. Найти вероятность того, что выпавших очков будет 6

- а)  $1/3$ ; б)  $1/7$ ; в)  $1/6$ ; г)  $1/2$ .

**22.** Сумма вероятностей появления различных значений дискретной величины  $x$ :

- а) 1; б) -1; в) 0; г) 2.

## ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ОБУЧЕНИЯ

- Информационные ресурсы Университета:

| № п/п | Наименование                                 | Адрес в сети Интернет   | Условия доступа                                     |
|-------|--|---|---|
| 1.    | ЭБС «ZNANIUM.COM»                            | <a href="https://znanium.com/">https://znanium.com/</a><br>Основная коллекция<br>Коллекция издательства Статут Znanium.com. Discovery для аспирантов                                    | Зарегистрированному пользователю по логину и паролю |
| 2.    | ЭБС «ЮРАЙТ»                                  | <a href="https://urait.ru/">https://urait.ru/</a>   | Зарегистрированному пользователю по логину и паролю |
| 3.    | ЭБС «BOOK.ru»                                | <a href="https://www.book.ru/">https://www.book.ru/</a><br>коллекция издательства Проспект<br>Юридическая литература;<br>коллекции издательства КноРус<br>Право, Экономика и Менеджмент | Зарегистрированному пользователю по логину и паролю |
| 4.    | East View Information Services               | <a href="http://www.ebiblioteka.ru">www.ebiblioteka.ru</a><br>Универсальная база данных периодики (электронные журналы)   | Зарегистрированному пользователю по логину и паролю |
| 5.    | НЦР РУКОНТ                                   | <a href="http://rucont.ru/">http://rucont.ru/</a><br>Раздел Ваша коллекция – РГУП периодика (электронные журналы)   | Зарегистрированному пользователю по логину и паролю |
| 6.    | Электронный каталог РГУП                     | <a href="http://biblioteka.raj.ru/MegaPro/Web">http://biblioteka.raj.ru/MegaPro/Web</a>   | Зарегистрированному пользователю по логину и паролю |
| 7.    | Информационно-образовательный потенциал РГУП | <a href="http://op.raj.ru/">http://op.raj.ru/</a><br>электронные версии учебных, научных и научно-практических изданий РГУП   | Зарегистрированному пользователю по логину и паролю |
| 8.    | Система электронного обучения «Фемида»       | <a href="https://femida.raj.ru">https://femida.raj.ru</a><br>Учебно-методические комплексы, Рабочие программы по направлению подготовки   | Зарегистрированному пользователю по логину и паролю |
| 9.    | Система электронного обучения «Фемида»       | Гарант, Консультант   | По ip-адресу в университете                         |
| 10.   | Национальная электронная библиотека (НЭБ)    | <a href="https://rusneb.ru/">https://rusneb.ru/</a>   | По ip-адресу в университете                         |

\* ежегодное обновление с внесением изменений в протокол изменений РПД (перечень ЭБС уточняется в библиотеке или на сайте Университета)

- Нормативные правовые акты

В карте обеспеченности литературой указывается:

- Основная литература

- Дополнительная литература

## Карта обеспеченности литературой

**Кафедра правовой информатики, информационного права и естественнонаучных дисциплин**

**Направление подготовки (специальность): 21.02.05. Земельно-имущественные отношения**

**Дисциплина: ЕН.Б.1 Математика**

| Наименование, Автор или редактор, Издательство, Год издания, кол-во страниц   | Вид издания   |  |
|---|---|--|
|   | ЭБС<br>(указать ссылку)   | Кол-во печатных изд. в библиотеке вуза |
| 1   | 2   | 3                                      |
| <b>Основная литература</b>  |   |  |
| Математика: Учебное пособие. Ч. 2 / Бегларян М.Е., Ващекин А.Н. и др.; под ред. А.Н. Ващекина, М.: РГУП, 2018, 160 стр. ISBN: 978-5-93916-687-4   | <a href="http://op.raj.ru/index.php/rednee-professionalnoe-obrazovanie/725-matematika-uchebnoe-posobie-ch-2">http://op.raj.ru/index.php/rednee-professionalnoe-obrazovanie/725-matematika-uchebnoe-posobie-ch-2</a>                               |  |
| Математика. Линейная алгебра: учебное пособие / В.Р. Ахметгалиева, Л.Р. Галяутдинова, М.И. Галяутдинов, М.: РГУП, 2017. - ISBN 978-5-93916-552-5  | <a href="http://op.raj.ru/index.php/rednee-professionalnoe-obrazovanie/521-matematika-linejnaya-algebra">http://op.raj.ru/index.php/rednee-professionalnoe-obrazovanie/521-matematika-linejnaya-algebra</a>                                       |  |
| <b>Дополнительная литература</b>  |   |  |
| Математика: Практикум для среднего профессионального образования / Карбачинская Н.Б., Харитоновна Е.Е. М.: РГУП, 2019, – 114 с.   | <a href="http://op.raj.ru/index.php/rednee-professionalnoe-obrazovanie/831-karbachinskaya-kharitonova-matematika-praktikum">http://op.raj.ru/index.php/rednee-professionalnoe-obrazovanie/831-karbachinskaya-kharitonova-matematika-praktikum</a> |  |
| Высшая математика для экономистов. Практикум : учебно-практическое пособие / Татарников О.В., под ред., Бирюкова Л.Г., Раутиан Н.А., Бобрик Г.И., Иванкова Г.В., Карасев П.А., Макжанова Я.В., Мочалина Е.П., Швед Е.В. — Москва : КноРус, 2020. — 318 с. — ISBN 978-5-406-06206-7. — URL: <a href="https://book.ru/book/934311">https://book.ru/book/934311</a> (дата обращения: 16.04.2020) | <a href="https://www.book.ru/book/934311">https://www.book.ru/book/934311</a>   |  |
| <b>Башмаков, М.И.</b> Математика : учебник / Башмаков М.И. — Москва : КноРус, 2019. — 394 с. — (СПО). — ISBN 978-5-406-06554-9. — URL: <a href="https://book.ru/book/929528">https://book.ru/book/929528</a> (дата обращения: 16.04.2020)   | <a href="https://www.book.ru/book/929528">https://www.book.ru/book/929528</a>   |  |

Зам. зав. кафедрой

## **Методические указания для обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по освоению дисциплины**

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная работа. Под индивидуальной работой подразумевается две формы деятельности: самостоятельная работа по освоению и закреплению материала; индивидуальная учебная работа в контактной форме предполагающая взаимодействие с преподавателем (в частности, консультации), т.е. дополнительное разъяснение учебного материала и углубленное изучение материала. Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся.

В целях освоения учебной программы дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья возможно

- использование специальных технических и иных средств индивидуального пользования, рекомендованных врачом-специалистом;
- присутствие ассистента, оказывающего обучающемуся необходимую помощь.

На лекционном занятии рекомендуется использовать звукозаписывающие устройства и компьютеры, как способ конспектирования. Для освоения дисциплины (в т.ч. подготовки к занятиям, при самостоятельной работе) лицами с ограниченными возможностями здоровья предоставляется возможность использования учебной литературы в виде электронного документа в электронно-библиотечной системе Book.ru имеющей специальную версию для слабовидящих; обеспечивается доступ к учебно-методическим материалам посредством СЭО «Фемида»; доступ к информационным и библиографическим ресурсам посредством сети «Интернет».



## 9. ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЭКЗАМЕНУ

1. Матрицы, сложение, вычитание, ранг матрицы.
2. Умножение матриц, примеры.
3. Определители 2-го, 3-го порядков, примеры вычислений.
4. Миноры и алгебраические дополнения. Правило вычисления определителей 3-ого порядка разложением по элементам строки (столбца).
5. Метод Крамера решения систем линейных уравнений.
6. Решение и исследование систем линейных уравнений методом Гаусса.
7. Решение систем линейных уравнений методом обратной матрицы.
8. Определение предела функции, теоремы о пределах, примеры.
9. Непрерывность функции. Точки разрыва.
10. Определение производной, ее геометрический и физический смысл, примеры.
11. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью.
12. Производная произведения, частного, сложной функции.
13. Дифференциал функции.
14. Производные и дифференциалы высших порядков.
15. Исследование функций с помощью производной.
16. Асимптоты функций.
17. Общая схема исследования функций и построение графиков.
18. Определение первообразной функции.
19. Определение неопределенного интеграла, свойства, примеры.
20. Метод подстановки. Примеры.
21. Метод интегрирования по частям. Примеры.
22. Определенный интеграл, его геометрический смысл.
23. Множество. (Понятие множества. Подмножество. Пустое множество. Равные множества. Объединение двух множеств. Пересечение двух множеств. Разность двух множеств. Дополнение множества.)
24. Понятие комплексного числа. Графическое изображение.
25. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная форма комплексного числа.
26. Действия над комплексными числами.
27. Комбинаторика (Размещения. Перестановки. Сочетания). Выборки без повторов и с повторениями.
28. Случайные события, их классификация. Действия над событиями.
29. Определение вероятности события, примеры.
30. Теоремы сложения.
31. Условная вероятность. Теоремы умножения.
32. Повторные независимые испытания. Формула Бернулли.
33. Дискретные случайные величины, законы распределения, примеры.
34. Непрерывные случайные величины, законы распределения, примеры.
35. Числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение, способы их вычисления.
36. Законы распределения случайных величин.
37. Случайная выборка из генеральной совокупности, ее табличное представление.
38. Графическое представление выборки: полигон, гистограмма.

**«РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРАВОСУДИЯ»  
Казанский филиал**

Кафедра правовой информатики, информационного права  
и естественно-научных дисциплин

**ПРОГРАММА ПОДГОТОВКИ СПЕЦИАЛИСТОВ СРЕДНЕГО ЗВЕНА**

по специальности 21.02.05 «Земельно-имущественные отношения»

**Учебно-методический комплекс по дисциплине**

**МАТЕМАТИКА**

**Фонд оценочных средств текущего контроля успеваемости  
(промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины)**

**Казань, 2021**

Рабочая программа учебной дисциплины разработана на основе Федерального государственного образовательного стандарта по специальности среднего профессионального образования 21.02.05 Земельно-имущественные отношения»

Автор программы:

Ахметгалиева В.Р., старший преподаватель кафедры правовой информатики, информационного права и естественнонаучных дисциплин КФ ФГБОУВО РГУП,  
Лукина М.А., старший преподаватель кафедры правовой информатики, информационного права и естественнонаучных дисциплин КФ ФГБОУВО РГУП.

Программа рассмотрена на заседании предметно-цикловой комиссии социально-экономических и естественнонаучных дисциплин

Протокол заседания № 5 от 16.06.2021 г.

Председатель цикловой методической (предметной) комиссии

  
\_\_\_\_\_  
Вахитов Д.Р.  
*Фамилия И.О., подпись*

СОГЛАСОВАНО

Декан ФНО

  
Н.В. Святова

16.06.2021 г

Учебно-методический комплекс одобрен Учебно-методическим советом Казанского филиала Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Российский государственный университет правосудия»; протокол № 13 от 24.06.2020 г.

**ПРОТОКОЛ ИЗМЕНЕНИЙ**  
учебно-методического комплекса по дисциплине (модулю)  
математика

наименование дисциплины в соответствии с учебным планом \_\_\_\_\_

для набора 2 года на 2020-2021 уч.г.

| Наименование структурного элемента УМК | Краткое содержание изменения | Дата и номер протокола заседания кафедры |
|--|------------------------------|--|
| 1) Комплексные числа                   | Изменены тестовые примеры    | № 11 09.06.2021                          |

Факультативные элементы УМК: \_\_\_\_\_

Актуализация выполнена

Зам. зав. кафедрой



Ахметгалиева В.Р.

Галяутдинова Л.Р.

**«РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРАВОСУДИЯ»  
Казанский филиал**

**ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ  
ПО ДИСЦИПЛИНЕ «МАТЕМАТИКА»**

| № п.п. | Контролируемые разделы (темы) дисциплины                 | Код контролируемой компетенции (или ее части)                              | Наименование оценочного средства                  |
|--------|--|--|---|
| 1.     | Элементы линейной алгебры                                | ОК-1, ОК-3,<br>ПК 4.5  | Проверочная (контрольная) работа.<br>Тестирование |
| 2.     | Дифференциальное и интегральное исчисление               | ПК 3.1, ПК 4.4,<br>ПК 4.5  | Проверочная (контрольная) работа.<br>Тестирование |
| 3.     | Комплексные числа  | ОК-4, ОК-6,<br>ПК 4.2  | Тестирование                                      |
| 4.     | Основы дискретной математики                             | ОК-4, ОК-6,<br>ОК-7, ОК-8,<br>ПК 1.1, ПК 1.3,<br>ПК 2.1, ПК 2.2            | Проверочная (контрольная) работа,<br>Тестирование |
| 5.     | Элементы теории вероятностей и математической статистики | ОК-2, ОК-5,<br>ОК-7, ОК-9,<br>ПК 2.1, ПК 2.2,<br>ПК 4.1, ПК 4.3,<br>ПК 4.5 | Проверочная (контрольная) работа<br>Тестирование  |

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРАВОСУДИЯ»  
Казанский филиал**

Кафедра правовой информатики, информационного права  
и естественно-научных дисциплин

**ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЭКЗАМЕНУ ПО ДИСЦИПЛИНЕ  
«МАТЕМАТИКА»**

**1. Перечень компетенций (части компетенций), проверяемых оценочным средством:**

ОК 1-Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес

ОК 2-Анализировать социально-экономические и политические проблемы и процессы, использовать методы гуманитарно-социологических наук в различных видах профессиональной и социальной деятельности

ОК 3-Организовывать свою собственную деятельность, определять методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество

ОК 4-Решать проблемы, оценивать риски и принимать решения в нестандартных ситуациях

ОК 5-Осуществлять поиск, анализ и оценку информации, необходимой для постановки и решения профессиональных задач, профессионального и личностного развития

ОК 6-Работать в коллективе и команде, обеспечивать ее сплочение, эффективно общаться с коллегами, потребителями

ОК 7-Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации

ОК 8-Быть готовым к смене технологий в профессиональной деятельности

ОК 9-Уважительно и бережно относиться к историческому наследию и культурным традициям, толерантно воспринимать социальные и культурные традиции.

ПК 1.1 – Составлять земельный баланс района

ПК 1.3 – Готовить предложения по определению экономической эффективности использования имеющегося недвижимого имущества

ПК 2.1 – Выполнять комплекс кадастровых процедур

ПК 2.2 – Определять кадастровую стоимость земель

ПК 3.1 – Выполнять работы по картографо-геодезическому обеспечению территорий, создавать графические материалы

ПК 4.1 – Осуществлять сбор и обработку необходимой и достаточной информации об объекте оценки и аналогичных объектах

ПК 4.2 – Производить расчеты по оценке объекта оценки на основе применимых подходов и методов оценки

ПК 4.3 – Обобщать результаты, полученные подходами, и давать обоснованное заключение об итоговой величине стоимости объекта оценки

ПК 4.4 – Рассчитывать сметную стоимость зданий и сооружений в соответствии с действующими нормативами и применяемыми методиками

ПК 4.5 – Классифицировать здания и сооружения в соответствии с принятой типологией

## 2. Вопросы к экзамену:

39. Матрицы, сложение, вычитание, ранг матрицы.
40. Умножение матриц, примеры.
41. Определители 2-го, 3-го порядков, примеры вычислений.
42. Миноры и алгебраические дополнения. Правило вычисления определителей 3-ого порядка разложением по элементам строки (столбца).
43. Метод Крамера решения систем линейных уравнений.
44. Решение и исследование систем линейных уравнений методом Гаусса.
45. Решение систем линейных уравнений методом обратной матрицы.
46. Определение предела функции, теоремы о пределах, примеры.
47. Непрерывность функции. Точки разрыва.
48. Определение производной, ее геометрический и физический смысл, примеры.
49. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью.
50. Производная произведения, частного, сложной функции.
51. Дифференциал функции.
52. Производные и дифференциалы высших порядков.
53. Исследование функций с помощью производной.
54. Асимптоты функций.
55. Общая схема исследования функций и построение графиков.
56. Определение первообразной функции.
57. Определение неопределенного интеграла, свойства, примеры.
58. Метод подстановки. Примеры.
59. Метод интегрирования по частям. Примеры.
60. Определенный интеграл, его геометрический смысл.
61. Множество. (Понятие множества. Подмножество. Пустое множество. Равные множества. Объединение двух множеств. Пересечение двух множеств. Разность двух множеств. Дополнение множества.)
62. Понятие комплексного числа. Графическое изображение.
63. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная форма комплексного числа.
64. Действия над комплексными числами.
65. Комбинаторика (Размещения. Перестановки. Сочетания). Выборки без повторений и с повторениями.

66. Случайные события, их классификация. Действия над событиями.
67. Определение вероятности события, примеры.
68. Теоремы сложения.
69. Условная вероятность. Теоремы умножения.
70. Повторные независимые испытания. Формула Бернулли.
71. Дискретные случайные величины, законы распределения, примеры.
72. Непрерывные случайные величины, законы распределения, примеры.
73. Числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение, способы их вычисления.
74. Законы распределения случайных величин.
75. Случайная выборка из генеральной совокупности, ее табличное представление.
76. Графическое представление выборки: полигон, гистограмма.

### 3. Типовые варианты для проведения промежуточной аттестации (экзамена)

#### Вариант №1

#### Элементы линейной алгебры

1. Выберите верные утверждения для матрицы  $A$  размерности  $m \times n$ 
  - а) элемент  $a_{ij}$  матрицы  $A$  находится на пересечении  $i$ -ой строки и  $j$ -го столбца
  - б) матрицы  $A$  – это прямоугольная таблица чисел из  $m$  строк и  $n$  столбцов
  - в) матрицы  $A$  – это прямоугольная таблица чисел из  $n$  строк и  $m$  столбцов
  - г) состоит из  $m \cdot n$  элементов
  - д) элемент  $a_{ij}$  матрицы  $A$  находится на пересечении  $j$ -ой строки и  $i$ -го столбца
2. Ранг матрицы  $A$  треугольного вида размерности  $n \times n$  равен
  - а) Числу ненулевых строк
  - б) Числу ненулевых столбцов
  - в) Наибольшему порядку минора матрицы, отличного от нуля
  - г)  $n$
  - д)  $n - 1$ , если матрица невырожденная
3. Для какой матрицы существует обратная к ней матрица:
  - а) для треугольной матрицы;
  - б) для квадратной матрицы;
  - в) для невырожденной матрицы;
  - г) для транспонированной матрицы
4. Найти алгебраическое дополнение к элементу  $a_{23}$  матрицы  $A$ 

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 4 & 2 & 1 \\ 1 & 6 & 0 \end{pmatrix}.$$
5. Определитель матрицы равен нулю, если:
  - а) элементы двух строк (столбцов) матрицы пропорциональны



- b) строка (столбец) матрицы содержит нулевые элементы
- c) две строки (столбца) матрицы состоят из одинаковых элементов
- d) все элементы одной строки (столбца) матрицы равны нулю 0
- e) все вышеперечисленное.

6. При решении системы линейных уравнений по правилу Крамера используют формулы

a)  $x_i = \Delta + \Delta_i$

b)  $x_i = \Delta - \Delta_i$ .

c)  $x_i = \Delta \cdot \Delta_i$

d)  $x_i = \frac{\Delta_i}{\Delta}$

e)  $x_i = \frac{\Delta}{\Delta_i}$

f) где  $\Delta$  – главный определитель системы

g) где  $\Delta_i$  – определитель, полученный из определителя системы путем замены  $i$ -строки на столбец свободных членов

h) где  $\Delta_i$  – определитель, полученный из определителя системы путем замены  $i$ -столбца на столбец свободных членов

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 3 & 4 & 7 \\ 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

7. Вычислить определитель матрицы

### Дифференциальное и интегральное исчисление

8. Функция  $f(x)$  называется непрерывной, если:

- a) предел приращения функции  $f(x)$  равен нулю, когда приращение переменной  $x$  стремится к бесконечности
- b) предел приращения функции  $f(x)$  равен нулю, когда приращение переменной  $x$  стремится к нулю
- c) предел функции  $f(x)$  при  $x$  стремящемся к  $a$  равен значению функции в этой точке  $f(a)$
- d) предел функции  $f(x)$  при  $x$  стремящемся к  $a$  не равен значению функции в этой точке  $f(a)$

9. Функция  $y = \frac{x^2 - 3x}{4x^3 + 4x - 2}$  в окрестности бесконечности является

- a) бесконечно малой величиной
- b) бесконечно большой величиной
- c) ни тем, ни другим

10. Функция имеет точку перегиба тогда и только тогда, когда

- a) вторая производная функции в точке перегиба равна нулю или не определена
- b) первая производная функции в точке перегиба равна нулю или не определена
- c) при переходе через точку перегиба производная меняет знак на противоположный

- d) при переходе через точку перегиба вторая производная меняет знак на противоположный

11. Найти предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 4x}{\sin 2x}$  по правилу Лопиталья

12. Функция называется  $F(x)$  **первообразной** для функции  $f(x)$ , если выполняется равенство

- a)  $f'(x) = F(x)$   
 b)  $F'(x) = f(x)$

13. Если функция  $y=f(x)$  непрерывна на некотором промежутке  $[a; b]$ , то она

- a) Непрерывна в любой точке этого промежутка  
 b) Имеет точки разрыва на промежутке  $[a; b]$   
 c) Непрерывна только в точках  $a$  и  $b$   
 d) Дифференцируема в любой точке этого промежутка  
 e) Всё вышеперечисленное верно

14. Найти неопределённый интеграл  $\int \left( 4x^3 - \frac{1}{\sin^2 x} + 2 \right) dx$  ;

15. Найти площадь фигуры, образованной пересечением следующих графиков  $y = e^x, y = 0, x = 0, x = 2$ , используя формулу Ньютона-Лейбница.

### Основы дискретной математики. Элементы теории вероятностей и математической статистики

16. Какие из следующих событий достоверные?

- 1) А – появление цифры 6 при бросании двух игральных костей;  
 2) В – появление карты любой масти при вынимании карты из колоды;  
 3) С – появление двух решек или двух орлов при двукратном подбрасывании монеты;  
 4) D – появление в сумме не более 12 очков при бросании двух игральных костей.

17. Сколькими способами могут расположиться на полке 5 учебников?

18. Вероятность того, что произошло и событие А, и событие В, при условии, что события независимы

- 1)  $P(A+B) = P(A)+P(B)$ ;  
 2)  $P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$ ;  
 3)  $P(A+B) = P(A)+P(B)-P(AB)$ ;  
 4)  $P(A \cdot B) = P(A) \cdot P_A(B)$ .

19. Среди 10 лотерейных билетов 2 выигрышных. Наугад берут два билета. Через события  $A_1$  – первый билет выигрышный и  $A_2$  – второй билет выигрышный выразите следующие события:

А – оба билета выигрышных, В – только первый билет выигрышный,  
 С – только один билет выигрышный, D – оба билета без выигрыша, F – хотя бы один билет выигрышный.

20. Дискретная СВ X задана рядом распределения

|   |    |   |   |
|---|----|---|---|
| X | -1 | 1 | 2 |
|---|----|---|---|

|                |     |     |   |
|----------------|-----|-----|---|
| $P\{X = x_k\}$ | 0,1 | 0,3 | p |
|----------------|-----|-----|---|

Найти p, дисперсию  $D(X)$ ,  $p(0 \leq X \leq 2)$ .

## Вариант №2

### Элементы линейной алгебры

1. Над матрицами одинаковой размерности можно выполнять следующие операции:
  - a) сложение, вычитание, деление
  - b) сложение, вычитание, умножение
  - c) транспонирование, вычитание, сложение
  - d) сложение, вычитание, умножение на число
2. Указать те преобразования строк (столбцов) матрицы, которые являются элементарными
  - a) умножение строки (столбца) на ненулевое число
  - b) замена элементов строки (столбца) произвольными числами
  - c) прибавление к элементам строки (столбца) элементов другой строки (столбца), предварительно умноженной на некоторое число
  - d) поменять местами две строки (два столбца)
  - e) замена строки (столбца) нулевой строкой (столбцом)
  - f) транспонирование матрицы
3. Чему равен определитель треугольной матрицы:
  - a) произведению элементов матрицы, стоящих на главной диагонали
  - b) произведению элементов матрицы, стоящих на побочной диагонали
  - c) сумме произведений элементов строки (столбца) на их миноры
  - d) сумме произведений элементов строки (столбца) на их алгебраические дополнения

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} \text{ и } B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 6 & 0 \end{pmatrix}. \text{ Найти } C = A \cdot B.$$

4. Даны матрицы
  - a) Если поменять местами две строки (два столбца) в определителе матрицы, то определитель:
    - a) станет равным нулю
    - b) не изменится
    - c) поменяет знак
    - d) увеличится в два раза.
5. Если матрица коэффициентов системы из  $n$  линейных уравнений квадратная и ее определитель не равен нулю, то система
  - 1) не имеет решений
  - 2) имеет ровно  $n$  решений
  - 3) имеет единственное решение
  - 4) имеет не более  $n$  решений
  - 5) имеет бесконечно много решений

6. Укажите соответствие **числа решений** системы линейных уравнений, решаемой методом Гаусса, и **рангом матрицы**, составленной из коэффициентов при неизвестных, и **рангом расширенной матрицы**

- a) одно решение
- b) множество решений
- c) ни одного решения
- a) ранги указанных матриц не равны
- b) ранги указанных матриц равны и равны числу неизвестных
- c) ранги указанных матриц равны нулю
- d) ранги указанных матриц равны, но меньше числа неизвестных
- e) ранги указанных матриц равны, но больше числа неизвестных

7. Вычислите определитель разложением по элементам 2-ой строки  $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$

### Дифференциальное и интегральное исчисление

8. Перечислите свойства функции, непрерывной на отрезке  $[a, b]$ :

- a) Функция принимает наибольшее  $M$  и наименьшее  $m$  значения на этом отрезке
- b) Функция принимает только наибольшее значение  $M$  на этом отрезке
- c) Функция принимает все промежуточные значения между  $m$  и  $M$
- d) Функция ограничена на этом отрезке
- e) Функция принимает все значения меньше  $M$

9. Функция  $y = (3x^2 + 1) / (x - 1)$  в окрестности нуля является

- a) бесконечно большой величиной
- b) бесконечно малой величиной
- c) ни тем, ни другим

10. Чему равно значение предела функции  $[\sin(u(x)) / u(x)]$  при  $u(x)$  стремящемся к 0

11. Найдите значение предела функции  $y = (x^3 + 2x) / x$  при  $x$  стремящемся к 0.

12. Найдите производную функции  $y = 2 \cos x \cdot e^{3x}$

13. Исследовать функцию  $y = x^3 - 6x^2 + 3x + 1$  на выпуклость, вогнутость, точки перегиба

14. Функция имеет точки экстремума тогда и только тогда, когда

- a) вторая производная функции в точке экстремума равна нулю или не определена
- b) первая производная функции в точке экстремума равна нулю или не определена
- c) при переходе через точку экстремума производная меняет знак на противоположный
- d) при переходе через точку экстремума вторая производная меняет знак на противоположный

15. Определенный интеграл от функции  $f(x)$  на промежутке  $[a, b]$  равен

- a) объему фигуры, образованной вращением графика функции  $f(x)$  относительно оси  $OX$  и прямыми  $x = a$  и  $x = b$

- b) площади криволинейной трапеции, образованной графиком функции  $f(x)$ , осью  $OX$  и прямыми  $x=a$  и  $x=b$
- c) площади криволинейной трапеции, образованной графиком функции  $f(x)$ , положительной осью  $OX$  и прямыми  $x=a$  и  $x=b$
- d)  $F(b)-F(a)$ , где  $F(x)$  - первообразная функции  $f(x)$

16. Вычислить  $\int \left( 3x - \frac{6}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{2}{x^3} \right) dx$ .

17. Запишите свойства неопределенного интеграла.

18. Вычислить  $\int_1^2 \left( 2x - 3 + \frac{4}{x} \right) dx$ .

19. Дискретная СВ  $X$  задана рядом распределения

|                |     |     |   |
|----------------|-----|-----|---|
| $X$            | -2  | 0   | 1 |
| $P\{X = x_k\}$ | 0,3 | 0,4 | p |

Найти p, моду, функцию распределения.

### Вариант №3

#### Элементы линейной алгебры

1. Матрица называется единичной, если:
  - a) все элементы квадратной матрицы равны 1
  - b) элементы квадратной матрицы, стоящие на главной диагонали равны 1, а остальные равны 0
  - c) элементы матрицы, стоящие на главной диагонали равны 1, а остальные равны 0
  - d) все элементы матрицы равны 1
2. При умножении матрицы  $A$  на матрицу  $B$  справа ( $AB$ ) должно соблюдаться условие
  - a) число строк матрицы  $A$  равно числу столбцов матрицы  $B$
  - b) число строк матрицы  $A$  равно числу строк матрицы  $B$
  - c) число столбцов матрицы  $A$  равно числу строк матрицы  $B$
  - d) если матрицы не квадратные, то они должны быть одинаковой размерности
  - e) верный ответ отсутствует.
3. Какие методы, применяются для вычисления определителей любого порядка?
  - a) приведение к треугольному виду
  - b) матричный метод
  - c) разложение определителя по элементам строки (столбца)
  - d) правило Саррюса
  - e) метод Гаусса.
4. Дано:  $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$  и  $B = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ . Найти:  $C = 2A + 4B$ .
5. Укажите способ решения систем линейных уравнений, применяемый в тех случаях, когда число уравнений не совпадает с числом неизвестных:

- a) метод обратной матрицы (матричный метод)
  - b) метод Крамера
  - c) метод Гаусса
  - d) правило Саррюса
6. Напишите формулы для нахождения обратной матрицы  $A^{-1}$  к матрице  $A$ .

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ -4 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

7. Найти минор для элемента  $a_{31}$  матрицы

### Дифференциальное и интегральное исчисление

8. Точка называется точкой бесконечного разрыва, если выполняются следующие условия:
- a) В этой точке предел равен бесконечности
  - b) Левосторонний и правосторонний пределы существуют, конечны, но не равны.
  - c) В этой точке существует конечный предел, но сама функция в этой точке не определена
9. Функция  $y = (x^2 + 1) / x^3$  в окрестности бесконечности является
- 1. бесконечно большой величиной
  - 2. бесконечно малой величиной
  - 3. ни тем, ни другим

10. Найдите предел  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{2x^2 - 6x}$ .

11. Найти наименьшее значение функции  $f(x) = x^2 - 3x + 1$  на отрезке  $[0, 2]$ :

12. Производная функции в точке есть

- a) угловой коэффициент касательной, проведенной к графику этой функции в данной точке
- b) угловой коэффициент функции в данной точке
- c) ускорение изменения функции в этой точке
- d) скорость изменения функции в этой точке

13. Для функции  $y = \frac{3x}{x-2}$  найдите ОДЗ и вертикальные асимптоты.

14. Указать методы интегрирования

- a) неопределенный метод
- b) метод интегрирования по частям
- c) метод дифференцирования
- d) непосредственное интегрирование
- e) метод замены переменной

15. Вычислить  $\int \left( \frac{1}{\cos^2 x} - 3 + e^{2x} \right) dx$ ;

16. Найти площадь фигуры, образованной пересечением следующих графиков,

используя формулу Ньютона-Лейбница  $y = x^2, y = 0, x = 0, x = 1$ .

### Тема «Элементы теории вероятностей и математической статистики»

17. Какие из следующих событий достоверные?

- 1) A – три попадания при трех выстрелах;
- 2) B – появление одного герба при двух бросаниях монеты;
- 3) C – появление двух решек при троекратном подбрасывании монеты;
- 4) D – появление герба или решки при бросании монеты.

18. Математическое ожидание дискретной случайной величины подсчитывается по формуле.

- a)  $M(x) = p_1 + p_2 + \dots + p_n$
- b)  $M(x) = x_1 + x_2 + \dots + x_n$
- c)  $M(x) = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_n p_n$
- d)  $M(x) = x_1 / p_1 + x_2 / p_2 + \dots + x_n / p_n$

19. Сколькими способами из группы в 10 человек можно выбрать троих делегатов на конференцию?

20. Дискретная СВ X задана рядом распределения

|                |     |     |   |
|----------------|-----|-----|---|
| X              | 0   | 3   | 4 |
| $P\{X = x_k\}$ | 0,2 | 0,4 | p |

Найти p, математическое ожидание  $M(X)$ , функцию распределения и построить ее график.

#### Вариант №4

##### Элементы линейной алгебры

1. Для матриц  $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$  и  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$  найдите элемент  $c_{21}$  матрицы  $C = BA$

2. Выбрать верные утверждения. Ранг матрицы равен:

- a) произведению числа строк на число столбцов матрицы
- b) числу ненулевых строк в матрице треугольного вида
- c) числу столбцов матрицы
- d) числу строк матрицы
- e) максимальному числу линейно независимых строк (столбцов) матрицы

3. При замене некоторой строки невырожденной квадратной матрицы на сумму этой строки и какой-то другой, умноженной на число  $\alpha$ , определитель.

- a) умножится на число  $\alpha$
- b) не изменится
- c) поменяет знак
- d) станет равным нулю
- e) увеличится в два раза

4. Матрица B называется обратной к матрице A, если выполняется условие:

- a) разность матриц A и B равна нулевой матрице
- b) сумма матриц A и B равна нулевой матрице
- c) произведение матриц A и B равно единичной матрице
- d) определители матриц A и B равны.

5. Если главный определитель системы не равен нулю  $\Delta \neq 0$ , то система
- Имеет множество решений или ни одного
  - не имеет решения
  - имеет единственное решение.
6. Запишите правило (формулу) вычисления определителя разложением по элементам строки (столбца).
7. Выберите формулу для нахождения решения системы матричным методом:
- $X=AB$
  - $X= A^{-1}B$
  - $X= BA^{-1}$
  - $X= \frac{1}{|A|} (A)^T B$
8. Найти алгебраическое дополнение к элементу  $a_{12}$  матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 2 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

### Дифференциальное и интегральное исчисление

9. Точка называется точкой устранимого разрыва, если выполняются следующие условия:
- В этой точке предел равен бесконечности
  - В этой точке существует конечный предел, но сама функция в этой точке не определена
  - Левосторонний и правосторонний пределы существуют, конечны, но не равны.
10. Функция  $y=x^3/(x^2+1)$  в окрестности нуля является
- бесконечно большой величиной
  - бесконечно малой величиной
  - ни тем, ни другим
11. Функция возрастает на интервале, если производная функции на этом интервале
- отрицательна
  - положительна
  - равна нулю
12. Найти предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{e^x - 1}$  по правилу Лопиталья.
13. Если производная в точке равна нулю, но при переходе через неё производная не меняет знак, то в этой точке
- Есть экстремум
  - Нет экстремума
  - Есть точка максимума
14. Укажите свойства неопределенного интеграла



- a) интеграл от произведения двух функций равен произведению двух интегралов от этих функций
- b) постоянный множитель можно вынести за знак интеграла
- c) интеграл от суммы функций равен сумме интегралов от этих функций
- d) дифференциал от неопределенного интеграла равен подынтегральной функции

15. Вычислить  $\int_0^1 (x^4 - x) dx$ .

16. Найти интеграл, применив формулу интегрирования по частям  $\int xe^x dx$ .

**Тема «Элементы теории вероятностей и математической статистики»**

17. Вероятность случайного, невозможного и достоверного событий равны:

- a) 1; 0;  $p(A) \in [0,1]$ ;
- b)  $p(A) \in [0,1]$ ; 0; 1;
- c)  $p(A) \in [0,1]$ ; 1; 0;
- d) 0; 1;  $p(A) \in [0,1]$ ;

18. Какой формулой необходимо воспользоваться для нахождения вероятности, что произошло хотя бы одно из событий А, В. Если формул несколько, укажите для каких событий она используется:

- a)  $P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$
- b)  $P(A+B) = P(A)+P(B)-P(AB)$
- c)  $P(A+B) = P(A)+P(B)+P(AB)$

19. Сколькими способами из 7 преподавателей можно организовать экзаменационную комиссию по 3 человека в каждой?

20. Дискретная СВ X задана рядом распределения

|                |     |     |   |
|----------------|-----|-----|---|
| X              | 1   | 2   | 5 |
| $P\{X = x_k\}$ | 0,5 | 0,3 | p |

Найти p, дисперсию D(X) и построить многоугольник распределения.

**4. Критерии оценивания:**

| Критерии                       | Оценка              |
|--------------------------------|---------------------|
| Студент выполнил 17-20 заданий | отлично             |
| Студент выполнил 13-16 заданий | хорошо              |
| Студент выполнил 6-12 заданий  | удовлетворительно   |
| Студент выполнил 1-5 заданий   | неудовлетворительно |

Составитель:

Ахметгалиева Венера Равиловна старший преподаватель кафедры правовой информатики, информационного права и естественно-научных дисциплин КФ ФГБОУВО «РГУП».



Зам. зав. кафедрой правовой информатики, информационного права и естественно-научных дисциплин КФ ФГБОУВО «РГУП»

Галяутдинова Л.Р.

Кафедра правовой информатики, информационного права  
 и естественно-научных дисциплин

**ТЕСТЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**  
**«МАТЕМАТИКА»**

**1. Тесты для проведения текущего контроля:**

**Тема «Элементы линейной алгебры»**

|  |  |
|--|--|
| <p><b>1.</b> Определитель <math>\begin{vmatrix} 1 &amp; a \\ -3 &amp; 6 \end{vmatrix} = 0</math> при <math>a = ?</math></p> <p>5. 2;<br/>                 6. -2;<br/>                 7. 3;<br/>                 8. 1.</p>   | <p><b>2.</b> Даны матрицы <math>A = \begin{pmatrix} 2 &amp; 1 \\ 0 &amp; 3 \\ 4 &amp; -1 \end{pmatrix}</math> и <math>B = \begin{pmatrix} 1 &amp; 1 \\ 2 &amp; 3 \\ 6 &amp; 1 \\ 0 &amp; 4 \end{pmatrix}</math>.</p> <p>Тогда матрица:</p> <p>1. <math>A \cdot B</math> не существует;<br/>                 2. <math>A \cdot B</math> имеет размерность <math>2 \times 2</math>;<br/>                 3. <math>A \cdot B</math> имеет размерность <math>2 \times 4</math>;<br/>                 4. <math>A \cdot B</math> имеет размерность <math>3 \times 4</math>.</p> |
| <p><b>3.</b> Матрица <math>A = \begin{pmatrix} 1 &amp; 0 &amp; 0 \\ 0 &amp; 1 &amp; 0 \\ 0 &amp; 0 &amp; 2 \end{pmatrix}</math> называется:</p> <p>6. единичной;<br/>                 7. квадратной;<br/>                 8. невырожденной;<br/>                 9. обратной;<br/>                 10. матрица треугольного вида.</p>                      | <p><b>4.</b> Определитель матрицы <math>\begin{pmatrix} 1 &amp; 1 &amp; 1 &amp; 1 \\ 0 &amp; 2 &amp; 3 &amp; 2 \\ 0 &amp; 0 &amp; 2 &amp; 1 \\ 0 &amp; 0 &amp; 4 &amp; 2 \end{pmatrix}</math></p> <p>равен:</p> <p>5. не существует;<br/>                 6. -2;<br/>                 7. 0;<br/>                 8. 8.</p>   |
| <p><b>5.</b> Понятие определителя введено для матрицы:</p> <p>5. единичной;<br/>                 6. квадратной;<br/>                 7. транспонированной;<br/>                 8. обратной;</p>   | <p><b>6.</b> Две матрицы <math>A_{n \times k}</math> и <math>B_{m \times l}</math> можно перемножить <math>(A \cdot B)</math>, если</p> <p>1. <math>n = m</math>;    2. <math>k = m</math>;<br/>                 3. <math>k = l</math>;    4. <math>n = l</math>.</p>  |
| <p><b>7.</b> Минор элемента <math>a_{23}</math> матрицы <math>A = \begin{pmatrix} 1 &amp; 2 &amp; 3 \\ 3 &amp; 5 &amp; -2 \\ 4 &amp; 2 &amp; -1 \end{pmatrix}</math> равен:</p> <p>1. <math>M_{23} = \begin{vmatrix} 1 &amp; 3 \\ 3 &amp; -2 \end{vmatrix}</math>;    2. <math>M_{23} = - \begin{vmatrix} 1 &amp; 2 \\ 4 &amp; 2 \end{vmatrix}</math>;</p> | <p><b>8.</b> При решении систем <math>m</math> линейных уравнений с <math>n</math> неизвестными применяются:</p> <p>1. все методы;<br/>                 2. матричный метод;<br/>                 3. метод Гаусса;<br/>                 4. метод Крамера.</p>   |

|  |   |
|--|---|
| 3. $M_{23} = -\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{vmatrix}$ ; 4. $M_{23} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 2 \end{vmatrix}$ .   |   |
| <p><b>9.</b> Назовите способ нахождения определителя</p> $\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 3 \\ -2 & 3 & 1 \end{vmatrix} =$ $= 0 \cdot (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} + 3 \cdot (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} +$ $+ 1 \cdot (-1)^{3+3} \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 0 - 3 \cdot (6 - 2) + 1 \cdot (2 + 1) = -9$ <p>5. правило Саррюса;<br/>6. приведение к треугольному виду;<br/>7. разложение определителя по элементам строки (столбца);<br/>8. матричный метод.</p> | <p><b>10.</b> Установите соответствие между значениями определителей и числом решений системы 3-х линейных уравнений с 3-мя неизвестными:</p> <p>1. <math>\Delta \neq 0</math>                      а) не имеет решения;<br/>2. <math>\Delta = 0, \Delta_x = \Delta_y = \Delta_z = 0</math>    б) одно решение;<br/>3. <math>\Delta = 0</math>, а хотя бы один из <math>\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z</math> отличен от нуля.    в) множество решений или ни одного.</p> |
| <p><b>11.</b> Дана матрица <math>A = \begin{pmatrix} 1 &amp; 2 \\ 3 &amp; 4 \end{pmatrix}</math>. Укажите матрицу, которая является обратной к матрице <math>A</math>:</p> <p>1. <math>A^{-1} = \begin{pmatrix} 0.5 &amp; 1 \\ 1.5 &amp; 4 \end{pmatrix}</math>;<br/>2. <math>A^{-1} = \begin{pmatrix} 0.5 &amp; -1 \\ -1.5 &amp; 2 \end{pmatrix}</math>;<br/>3. <math>A^{-1} = \begin{pmatrix} -2 &amp; 1 \\ 1.5 &amp; -0.5 \end{pmatrix}</math>;<br/>4. <math>A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 &amp; -1 \\ -1.5 &amp; 0.5 \end{pmatrix}</math>;</p>                | <p><b>12.</b> Известно, что <math> A  = 5</math>, чему равен определитель матрицы <math>B = A^T</math></p> <p><b>13.</b> Напишите методы, применяемые для решения систем <math>n</math> линейных уравнений с <math>n</math> неизвестными.</p> <p><b>14.</b> Напишите отличия задач линейного программирования от задач математического программирования.</p>  |

**Перечень компетенций, проверяемых с помощью Тестирования:**

| Индекс | Формулировка компетенции   |
|--------|--|
| ОК- 1  | Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес  |
| ОК-3   | Организовывать свою собственную деятельность, определять методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество |
| ОК- 9  | Уважительно и бережно относиться к историческому наследию и культурным традициям, толерантно воспринимать социальные и культурные традиции.        |
| ПК-4.5 | Классифицировать здания и сооружения в соответствии с принятой типологией  |

**Критерии оценивания:**

| Критерии                | Оценка     |
|-------------------------|------------|
| 8-14 правильных ответов | зачтено    |
| 0-7 правильных ответов  | не зачтено |

## Дифференциальное и интегральное исчисление

1. Функция  $f(x)$  называется непрерывной, если:
  - a) предел приращения функции  $f(x)$  равен нулю, когда приращение переменной  $x$  стремится к нулю
  - b) предел функции  $f(x)$  при  $x$  стремящемся к  $a$  не равен значению функции в этой точке  $f(a)$
  - c) предел приращения функции равен нулю, когда приращение переменной  $x$  стремится к бесконечности
  - d) предел функции  $f(x)$  при  $x$  стремящемся к  $a$  равен значению функции в этой точке  $f(a)$
2. Функция  $y = x^2$  в окрестности бесконечности является
  - a) бесконечно малой величиной
  - b) бесконечно большой величиной
  - c) ни тем, ни другим
3. Функция  $y = x/(x^2+1)$  в окрестности нуля является
  - a) бесконечно малой величиной
  - b) бесконечно большой величиной
  - c) ни тем, ни другим
4. Функция  $y = x/(x^2+1)$  в окрестности бесконечности является
  - a) бесконечно малой величиной
  - b) бесконечно большой величиной
  - c) ни тем, ни другим
5. Функция  $y = (x^2+1)/x$  в окрестности нуля является
  - a) бесконечно малой величиной
  - b) бесконечно большой величиной
  - c) ни тем, ни другим
6. Функция  $y = (x^2+1)/x$  в окрестности бесконечности является
  - a) бесконечно малой величиной
  - b) бесконечно большой величиной
  - c) ни тем, ни другим
7. Значение предела функции  $\frac{2x^2+3x+6}{x^2+x+2}$  при  $x \rightarrow \infty$  равно
  - a) 0
  - b) 1
  - c) 2
  - d) 3
  - e)  $\infty$
8. Значение предела функции  $\frac{n^3+2n-3}{n^2-4n-1}$  при  $x \rightarrow \infty$  равно

- a) -0,5
- b) 0
- c) 1
- d) 3
- e)  $\infty$

**9.** Исследовать функцию  $y = x^3 - 6x^2 + 3x + 1$  на выпуклость, вогнутость, точки перегиба:

- a)  $x=2$  – точка перегиба, функция выпукла при  $x < 2$ , вогнута при  $x > 2$
- b)  $x=1$  – точка перегиба, функция выпукла при  $x < 1$ , вогнута при  $x > 1$
- c)  $x=1.5$  – точка перегиба, функция вогнута при  $x < 1.5$ , выпукла при  $x > 1.5$
- d)  $x=2$  – точка перегиба, функция вогнута при  $x < 2$ , выпукла при  $x > 2$

**10.** Функция возрастает на интервале, если производная функции на этом интервале

- a) положительна
- b) равна нулю
- c) отрицательна

**11.** Функция имеет точку перегиба тогда и только тогда, когда

- a) первая производная функции в точке перегиба равна нулю
- b) вторая производная функции в точке перегиба равна нулю
- c) при переходе через точку перегиба вторая производная меняет знак на противоположный
- d) при переходе через точку перегиба производная меняет знак на противоположный

**12.** Производная функции в точке есть

- a) скорость изменения функции в этой точке
- b) угловой коэффициент касательной, проведенной к графику этой функции в данной точке
- c) угловой коэффициент функции в данной точке
- d) ускорение изменения функции в этой точке

**13.** Укажите правильное определение производной функции  $f(x)$ :

- a) производная – это отношение приращения функции к приращению аргумента
- b) производная – это предел отношения приращения функции к приращению аргумента, когда приращение аргумента стремится к нулю
- c) производная – это предел отношения функции к аргументу, когда аргумент стремится к нулю
- d) производная – это отношение приращения функции к приращению аргумента, когда аргумент стремится к бесконечности

**14.** Функция  $F(x)$  называется первообразной функции  $f(x)$  на некотором промежутке, если в каждой точке этого промежутка справедливо равенство

- a) производная функции  $F(x)$  равна  $f(x)$
- b) производная функции  $f(x)$  равна  $F(x)$
- c) ни тому, ни другому

**15.** Если функция  $y=f(x)$  непрерывна на некотором промежутке, то она имеет на этом промежутке

- a) производную
- b) первообразную
- c) неопределённый интеграл
- d) экстремум

**16.** Неверными являются следующие свойства неопределённого интеграла

- a) Постоянный множитель можно выносить за знак интеграла
- b) Неопределенный интеграл от произведения (частного) двух функций равен произведению (частному) двух неопределенных интегралов от этих функций
- c) Неопределенный интеграл от суммы (разности) двух функций равен сумме (разности) неопределенных интегралов от этих функций

**17.** Определенный интеграл от функции  $f(x)$  на промежутке  $[a, b]$  равен

- a) объему фигуры, образованной вращением графика функции  $f(x)$  относительно оси  $OX$  и прямыми  $x=a$  и  $x=b$
- b) площади криволинейной трапеции, образованной графиком функции  $f(x)$ , положительной осью  $OX$  и прямыми  $x=a$  и  $x=b$
- c) площади криволинейной трапеции, образованной графиком функции  $f(x)$ , осью  $OX$  и прямыми  $x=a$  и  $x=b$
- d)  $F(b)-F(a)$ , где  $F(x)$  - первообразная функции  $f(x)$

**Перечень компетенций, проверяемых с помощью тестирования:**

| Индекс | Формулировка компетенции   |
|--------|--|
| ПК 3.1 | Выполнять работы по картографо-геодезическому обеспечению территорий, создавать графические материалы                  |
| ПК 4.4 | Рассчитывать сметную стоимость зданий и сооружений в соответствии с действующими нормативами и применяемыми методиками |
| ПК 4.5 | Классифицировать здания и сооружения в соответствии с принятой типологией  |

**Критерии оценивания:**

| Критерии                      | Оценка     |
|-------------------------------|------------|
| 6-10 правильных ответов из 10 | зачтено    |
| 0-5 правильных ответов из 10  | не зачтено |

**Комплексные числа**

1. Если комплексное число  $z$  задано в виде  $z = 7 - 2i$ , то число  $-2$  называют:
  - a) действительной частью числа  $z$
  - b) мнимой частью числа  $z$
  - c) мнимой единицей

d) аргументом числа  $z$

2. Если комплексное число  $z$  задано в виде  $z = 5 + 8i$ , то число  $i$  называют:

a) действительной частью числа  $z$

b) мнимой частью числа  $z$

c) мнимой единицей

d) аргументом числа  $z$

3. Если комплексное число  $z$  задано в виде  $z = 13 + 6i$ , то число 13 называют:

a) действительной частью числа  $z$

b) мнимой частью числа  $z$

c) мнимой единицей

d) аргументом числа  $z$

4. Число  $z$  называют комплексно – сопряженным числу  $z = 3 + 2i$ , если:

a)  $z = 2 + 3i$

b)  $z = 2 - 3i$

c)  $z = 3 - 2i$

d)  $z = 2 + 2i$

5. Число  $z$  называют комплексно – сопряженным числу  $z = 8 - 12i$ , если:

a)  $z = 8 - 8i$

b)  $z = 12 - 8i$

c)  $z = 12 + 8i$

d)  $z = 8 + 12i$

6. Модуль комплексного числа  $z = 3 + 4i$  равен: ...

7. Говорят, что комплексное число  $z = x + iy$  записано в:

a) алгебраической форме

b) тригонометрической форме

c) векторной форме

d) показательной форме

8. Говорят, что комплексное число  $z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$  записано в:

a) алгебраической форме

b) тригонометрической форме

c) векторной форме

d) показательной форме

9. Мнимой частью произведения двух комплексных чисел  $z_1 = 4 + 3i$  и  $z_2 = 4 - 3i$

является число:

a) 1

b) 7

c) -1

d) 0

10. Множество точек, изображающих комплексные числа с модулем  $r = 8$ , является:

a) окружностью радиуса 8 с центром в точке  $O(0;0)$ ;

b) кругом радиуса 8 с центром в точке  $O(0;0)$ ;

c) внешними точками круга радиуса 8 с центром в точке  $O(0;0)$ ;

d) открытой полуплоскостью.



**Перечень компетенций, проверяемых с помощью тестирования:**

|        |  |
|--------|--|
| Индекс | Формулировка компетенции   |
| ОК-4   | Решать проблемы, оценивать риски и принимать решения в нестандартных ситуациях                             |
| ОК-6   | Работать в коллективе и команде, обеспечивать ее сплочение, эффективно общаться с коллегами, потребителями |
| ПК 4.2 | Производить расчеты по оценке объекта оценки на основе применимых подходов и методов оценки                |

**Критерии оценивания:**

| Критерии                      | Оценка     |
|-------------------------------|------------|
| 6-10 правильных ответов из 10 | Зачтено    |
| 0-5 правильных ответов из 10  | не зачтено |

**«Дискретная математика», «Элементы теории вероятностей и математической статистики»**

**23.** Поставьте в соответствие каждое из следующих измерений к одному из видов шкал:

- |  |                       |
|--|-----------------------|
| а) числа, кодирующие темпераменты                    | 1) шкала наименований |
| б) академический ранг (ассистент, доцент, профессор) | 2) шкала порядка      |
| в) метрическая система расстояний                    | 3) интервальная шкала |
| г) телефонные номера                                 | 4) шкала отношений    |

**24.** Какой из показателей наиболее чувствителен к наличию крайних значений:

- 1) мода;
- 2) медиана;
- 3) среднее арифметическое.

**25.** Большее стандартное отклонение показателей в одной совокупности в отличии от другой свидетельствует о:

- 1) связи значений;
- 2) меньшем разбросе значений;
- 3) большем разбросе значений.

**26.** Непрерывными признаками являются:

- а) пол человека;
- б) возраст человека;

- в) семейное положение;
- г) жилая площадь квартиры;
- д) число членов семьи;
- е) этажность здания.

**27.** При увеличении объема выборки в 4 раза средняя ошибка выборки:

- а) уменьшится в 4 раза;
- б) увеличится в 4 раза;
- в) останется неизменной;
- г) иное.

**28.** Размах вариации представляет собой абсолютную разность между:

- а) максимальным значением признака и средней;
- б) индивидуальным значением признака и средней;
- в) максимальным и минимальным значениями признака.

**29.** При анализе себестоимости 1 тыс. шт. кирпича получили:  $\bar{x} = 25$ ;  $\overline{x^2} = 641$ . Определите среднее квадратическое отклонение себестоимости 1 тыс. шт. кирпича?

- а) 24,7;      б) 16;      в) 0,3;      г) 4.

**30.** Выберите формулу вероятности события:

- 1)  $P(H) = m \cdot n$ ;      2)  $P(H) = m+n$ ;
- 3)  $P(H) = m/n$ ;      4)  $P(H) = m-n$ ;

**31.** Вероятность классическая отличается от статистической тем, что

- 1) классическая вероятность вычисляется после опыта;
- 2) статистическая вероятность вычисляется до опыта;
- 3) статистическая вероятность вычисляется до опыта, а классическая вероятность вычисляется после опыта;
- 4) классическая вероятность вычисляется до опыта, а статистическая вероятность вычисляется после опыта

**32.** Вероятность того, что произошло и событие А, и событие В, при условии, что события независимы

- 1)  $P(A \cap B) = P(A) + P(B)$ ;      2)  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ ;
- 3)  $P(A \cup B) = P(A) \cdot P(B)$ ;      4)  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ ;

**33.** Вероятность того, что произошло или событие А, или событие В, при условии, что события несовместны:

- 1)  $P(A \cap B) = P(A) + P(B)$ ;      2)  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ ;
- 3)  $P(A \cup B) = P(A) \cdot P(B)$ ;      4)  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ ;

**34.** Математическое ожидание дискретной случайной величины подсчитывается по формуле

$$a) M(x) = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_n p_n$$

$$б) M(x) = x_1 + x_2 + \dots + x_n$$

$$в) M(x) = p_1 + p_2 + \dots + p_n$$

$$г) M(x) = \frac{x_1}{p_1} + \frac{x_2}{p_2} + \dots + \frac{x_n}{p_n},$$

где  $x_1, x_2, \dots, x_n$  – случайные величины;  $p_1, p_2, \dots, p_n$  – вероятности их проявления соответственно.

**35.** Математическое ожидание является аналогом

- 1) дисперсии;
- 2) среднего;
- 3) разброса;
- 4) вероятности.

**36.** Дискретная случайная величина

- 1) заполняет промежуток;
- 2) плавная;
- 3) отдельные изолированные числа;
- 4) независимая.

**37.** Непрерывная случайная величина

- 1) заполняет промежуток;
- 2) плавная;
- 3) отдельные изолированные числа;
- 4) независимая.

**38.** Дисперсия является мерой

- 1) математического ожидания;
- 2) среднего;
- 3) разброса;
- 4) вероятности

**39.** Дисперсия дискретной случайной величины подсчитывается по формуле:

$$a) D(x) = M(x^2) - M^2(x);$$

$$б) D(x) = M(x^2);$$

$$в) D(x) = M^2(x);$$

$$г) D(x) = M(x^2) + M^2(x);$$

где  $M(x)$  – математическое ожидание случайной величины  $x$ .

**40.** График функции плотности нормального распределения имеет форму

- 1) параболы;
- 2) колокола;
- 3) вогнутой дуги;
- 4) гиперболы.

**41.** Для нормального закона распределения средних значений по отношению к крайним значениям:

- 1) одинаково;
- 2) меньше;
- 3) независимо;
- 4) больше.

- 42.** Найдите вероятность выпадения четырех очков при бросании двух кубиков.  
 а)  $3/36$                       б)  $4/36$                       в)  $1/2$                       г)  $1,85$ .
- 43.** Найдите вероятность, что из букв з,к,п,а,о,н сложится слово «закон»?  
 а)  $120$ ,                      б)  $1/120$ ,                      в)  $12$ ,                      г)  $2/1296$ .
- 44.** Статистическая вероятность попадания в цель при 50 выстрелах равна  $0,5$ . Какова вероятность попадания при 100 выстрелах?  
 а)  $1$       б)  $0,5$                       в)  $1/100$       г)  $190/950$ .
- 45.** Какова вероятность, что при жеребьевке из номеров от 1 до 60 Вам не достанется номер, содержащий цифру 7?  
 а)  $7/60$                       б)  $1/10$                       в)  $6/61$                       г)  $1/2730$
- 46.** Бросают игральную кость. Найти вероятность того, что выпавших очков будет **6**  
 а)  $1/3$ ;                      б)  $1/7$ ;                      в)  $1/6$ ;                      г)  $1/2$ .
- 47.** Сумма вероятностей появления различных значений дискретной величины  $x$ :  
 а) **1**;                      б) **-1**;                      в) **0**;      г) **2**.

**Перечень компетенций, проверяемых с помощью тестирования:**

| Индекс | Формулировка компетенции  |
|--------|---|
| ОК-2   | Анализировать социально-экономические и политические проблемы и процессы, использовать методы гуманитарно-социологических наук в различных видах профессиональной и социальной деятельности |
| ОК-4   | Решать проблемы, оценивать риски и принимать решения в нестандартных ситуациях  |
| ОК-5   | Осуществлять поиск, анализ и оценку информации, необходимой для постановки и решения профессиональных задач, профессионального и личностного развития                                       |
| ОК 6   | Работать в коллективе и команде, обеспечивать ее сплочение, эффективно общаться с коллегами, потребителями  |
| ОК-7   | Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации  |
| ОК- 8  | Быть готовым к смене технологий в профессиональной деятельности.  |
| ОК 9   | Уважительно и бережно относиться к историческому наследию и культурным традициям, толерантно воспринимать социальные и культурные традиции.   |
| ПК 1.1 | Составлять земельный баланс района  |
| ПК 1.3 | Готовить предложения по определению экономической эффективности использования имеющегося недвижимого имущества  |
| ПК 2.1 | Выполнять комплекс кадастровых процедур   |
| ПК 2.2 | Определять кадастровую стоимость земель   |

|        |   |
|--------|---|
| ПК 3.1 | Выполнять работы по картографо-геодезическому обеспечению территорий, создавать графические материалы                     |
| ПК 4.1 | Осуществлять сбор и обработку необходимой и достаточной информации об объекте оценки и аналогичных объектах               |
| ПК 4.2 | Производить расчеты по оценке объекта оценки на основе применимых подходов и методов оценки                               |
| ПК 4.3 | Обобщать результаты, полученные подходами, и давать обоснованное заключение об итоговой величине стоимости объекта оценки |
| ПК 4.4 | Рассчитывать сметную стоимость зданий и сооружений в соответствии с действующими нормативами и применяемыми методиками    |
| ПК 4.5 | Классифицировать здания и сооружения в соответствии с принятой типологией   |

**Критерии оценивания:**

| Критерии                 | Оценка     |
|--------------------------|------------|
| 13-25 правильных ответов | зачтено    |
| 0-12 правильных ответов  | не зачтено |

Составитель:

Ахметгалиева Венера Равиловна старший преподаватель кафедры правовой информатики, информационного права и естественно-научных дисциплин КФ ФГБОУВО «РГУП».



Зам. зав. кафедрой правовой информатики, информационного права и естественно-научных дисциплин КФ ФГБОУВО «РГУП» Галяутдинова Л.Р.

**«РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРАВОСУДИЯ»**

**Казанский филиал**

Кафедра правовой информатики, информационного права  
и естественно-научных дисциплин

**КОМПЛЕКТ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ПРОВЕРОЧНЫХ (КОНТРОЛЬНЫХ) РАБОТ  
ПО ДИСЦИПЛИНЕ  
«МАТЕМАТИКА»**

**1. Перечень компетенций (части компетенций), проверяемых оценочным средством:**

ОК 1-Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес

ОК 2-Анализировать социально-экономические и политические проблемы и процессы, использовать методы гуманитарно-социологических наук в различных видах профессиональной и социальной деятельности

ОК 3-Организовывать свою собственную деятельность, определять методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество

ОК 4-Решать проблемы, оценивать риски и принимать решения в нестандартных ситуациях

ОК 5-Осуществлять поиск, анализ и оценку информации, необходимой для постановки и решения профессиональных задач, профессионального и личностного развития

ОК 6-Работать в коллективе и команде, обеспечивать ее сплочение, эффективно общаться с коллегами, потребителями

ОК 7-Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации

ОК 8-Быть готовым к смене технологий в профессиональной деятельности

ОК 9-Уважительно и бережно относиться к историческому наследию и культурным традициям, толерантно воспринимать социальные и культурные традиции.

ПК 1.1 – Составлять земельный баланс района

ПК 1.3 – Готовить предложения по определению экономической эффективности использования имеющегося недвижимого имущества

ПК 2.1 – Выполнять комплекс кадастровых процедур

ПК 2.2 – Определять кадастровую стоимость земель

ПК 3.1 – Выполнять работы по картографо-геодезическому обеспечению территорий, создавать графические материалы

ПК 4.1 – Осуществлять сбор и обработку необходимой и достаточной информации об объекте оценки и аналогичных объектах

ПК 4.2 – Производить расчеты по оценке объекта оценки на основе применимых подходов и методов оценки

ПК 4.3 – Обобщать результаты, полученные подходами, и давать обоснованное заключение об итоговой величине стоимости объекта оценки

ПК 4.4 – Рассчитывать сметную стоимость зданий и сооружений в соответствии с действующими нормативами и применяемыми методиками

ПК 4.5 – Классифицировать здания и сооружения в соответствии с принятой типологией

## 2. Типовые варианты контрольных работ

Тема «Элементы линейной алгебры»

### Проверочная (контрольная) работа №1

Решить систему линейных уравнений тремя способами:

- 1) методом Крамера,
- 2) матричным методом,
- 3) методом Гаусса.

**Вариант № 1**

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 = 2 \\ x_2 - 4x_3 = -3. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 1 \\ x_2 - x_3 = 0. \\ x_1 + x_2 + x_3 = 3. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 3. \\ x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 9. \end{cases}$$

**Вариант № 2**

$$\begin{cases} x_1 + x_3 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 4. \\ x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$$

**Вариант № 5**

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 6 \\ x_1 + 5x_2 = 6. \\ x_2 - 7x_3 = -6. \end{cases}$$

**Вариант № 8**

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 6x_3 = 12 \\ x_1 - x_2 - x_3 = -1. \\ x_2 + 7x_3 = 8. \end{cases}$$

**Вариант № 3**

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6 \\ 4x_1 - x_2 = 3. \\ x_1 + x_2 - x_3 = 1. \end{cases}$$

**Вариант № 6**

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_2 + x_3 = 3. \\ x_1 - x_2 + 5x_3 = 5. \end{cases}$$

**Вариант № 9**

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 2 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 5. \\ x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$$

**Вариант № 4**

**Вариант № 7**

**Вариант № 10**

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 = -1 \\ x_1 + 4x_2 + x_3 = 6. \\ x_2 + x_3 = 2. \end{cases}$$

**Вариант № 11**

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ x_2 + x_3 = 2 . \\ x_1 + x_2 = 2. \end{cases}$$

**Вариант № 12**

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 4x_3 = 4 \\ x_1 + 5x_2 - x_3 = 5 . \\ x_1 + x_2 = 2. \end{cases}$$

**Вариант № 13**

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 = 2 . \\ -x_2 + 4x_3 = 3. \end{cases}$$

**Вариант № 14**

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 = 3 \\ x_1 - x_3 = 0 . \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 4. \end{cases}$$

**Вариант № 15**

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ x_1 - 2x_2 - 3x_3 = -4 \\ x_1 + x_3 = 2. \end{cases}$$



## Перечень компетенций, проверяемых с помощью контрольной работы

| Индекс | Формулировка компетенции   |
|--------|--|
| ОК- 1  | Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес  |
| ОК- 3  | Организовывать свою собственную деятельность, определять методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество |
| ПК 4.5 | Классифицировать здания и сооружения в соответствии с принятой типологией  |

### Критерии оценивания:

| Критерии                       | Оценка              |
|--------------------------------|---------------------|
| Система решена тремя способами | Отлично,            |
| Система решена двумя способами | хорошо              |
| Система решена одним способом  | удовлетворительно   |
| Система не решена              | неудовлетворительно |

# Тема «Дифференциальное и интегральное исчисление»

## Проверочная (контрольная) работа №2

| Билет № 1   | Билет № 2  |
|---|--|
| 1) Найти область определения, асимптоты, интервалы монотонности и экстремумы функции<br>$y = \frac{4x}{x^2 + 4}.$ | 1) Найти область определения, асимптоты, интервалы монотонности и экстремумы функции<br>$y = \frac{x^2}{x + 1}.$ |
| 2) Найти интервалы выпуклости, вогнутости, точки перегиба функции<br>$y = x^4 - 2x^3 - 12x^2 + 24x + 8$           | 2) Найти интервалы выпуклости, вогнутости, точки перегиба функции<br>$y = -x^4 + 24x^2 + 9.$                     |
| 3) Найти предел по правилу Лопиталья<br>$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - 1}{e^{2x} - e^x}.$               | 3) Найти предел по правилу Лопиталья<br>$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\sin 2x}.$                     |
| 4) Функция $y = x^2$ в окрестности бесконечности является   | 4) Функция $y = \frac{x}{x^2 + 1}$ в окрестности нуля является   |
| 5) Значение   | 5)   |

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sin 2x}$$

$$\lim_{x \rightarrow -6} \frac{x^2 + 7x + 6}{3x + 18}$$

Билет № 3

1) Найти область определения, асимптоты, интервалы монотонности и экстремумы функции

$$y = \frac{2x^3 + 1}{x^2}.$$

2) Найти интервалы выпуклости, вогнутости, точки перегиба функции

$$y = x^4 - 8x^3 + 18x^2 - 13x.$$

3) Найти предел по правилу Лопиталья

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - e^x}{\sin 2x - \sin x}.$$

4) Функция  $y = \frac{x}{x^2 + 1}$  в окрестности бесконечности является

5) Вычислить  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{2x}$

6) Значение  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^3 + 2n - 3$

Билет № 4

1. Найти область определения, асимптоты, интервалы монотонности и экстремумы функции

$$y = \frac{x^3 - 4}{x^2}.$$

2. Найти интервалы выпуклости, вогнутости, точки перегиба функции

$$y = -\frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^3 + 3x^2 + 7x - 8$$

3. Найти предел по правилу Лопиталья

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - 1}{e^{x^2} - 1}.$$

4. Функция  $y = \frac{x^2 + 1}{x}$  в окрестности нуля является

5. Значение

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{3x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^3 - 3x^2 + x}{2x}$$

Билет № 5

1. Найти область определения, асимптоты, интервалы монотонности и экстремумы функции

$$y = \frac{4}{x^2 + 2x}$$

2. Найти интервалы выпуклости, вогнутости, точки перегиба функции

$$y = x^4 - 6x^3 + 4$$

3. Найти предел по правилу Лопиталя

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \sin 2x}{e^{2x} - 1}$$

$$y = \frac{x^2 + 1}{x}$$

4. Функция в окрестности бесконечности является

5. Значение

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 3x + 6}{x^2 + x + 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 4x}{2x}$$

Билет № 6

1. Найти область определения, асимптоты, интервалы монотонности и экстремумы функции

$$y = \frac{x^2 + 9}{x}$$

2. Найти интервалы выпуклости, вогнутости, точки перегиба функции

$$y = x^4 + 6x^3 + x + 1$$

3. Найти предел по правилу Лопиталя

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\cos 2x - 1}$$

4. Функция  $y = x^2$  в окрестности бесконечности является

5. Значение

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 6x + 5}{x^2 - 25}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 1}$$

| Билет № 7   | Билет № 8   |
|---|---|
| <p>1. Найти область определения, асимптоты, интервалы монотонности и экстремумы функции</p> $y = \frac{x^2}{3-x}$ | <p>1. Найти область определения, асимптоты, интервалы монотонности и экстремумы функции</p> $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ |
| <p>2. Найти интервалы выпуклости, вогнутости, точки перегиба функции</p> $y = -x^4 + 6x^3 - 12x^2 + 10$           | <p>2. Найти интервалы выпуклости, вогнутости, точки перегиба функции</p> $y = \frac{1}{3}x^4 - 8x^2 + 1$                    |
| <p>3. Найти предел по правилу Лопиталья</p> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x + x}{\ln(x+1)}$                | <p>3. Найти предел по правилу Лопиталья</p> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x - \sin 3x}{e^{4x} - 1}$                        |
| <p>4. Функция <math>y = \frac{x}{x^2 + 1}</math> в окрестности нуля является</p>                                  | <p>4. Функция <math>y = \frac{x}{x^2 + 1}</math> в окрестности бесконечности является</p>                                   |
| <p>5. Вычислить</p> $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 4x + 3}$   | <p>5. Вычислить</p> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{2x}$   |
| <p>6. Найти предел:</p> $\lim_{x \rightarrow -2} (5x^2 + 2x - 1)$   |   |

### Перечень компетенций, проверяемых с помощью контрольной работы

| Индекс | Формулировка компетенции  |
|--------|---|
| ПК 3.1 | Выполнять работы по картографо-геодезическому обеспечению территорий, создавать графические материалы |
| ПК 4.4 | Рассчитывать сметную стоимость зданий   |

|        |  |
|--------|--|
|        | и сооружений в соответствии с действующими нормативами и применяемыми методиками |
| ПК 4.5 | Классифицировать здания и сооружения в соответствии с принятой типологией        |

### **Критерии оценивания:**

| <b>Критерии</b>        | <b>Оценка, баллы</b>                |
|------------------------|-------------------------------------|
| 6 правильных ответа    | Отлично<br>2,7-3 балла,             |
| 4-5 правильных ответа  | Хорошо,<br>2,0-2,6 балла            |
| 3 правильных ответа    | Удовлетворительно<br>1,0-1,9 балла, |
| 0-2 правильных ответов | Неудовлетворительно                 |

## **«Основы дискретной математики»**

### **Проверочная (контрольная) работа №4**

#### **Вариант №1**

**1.** Сколько различных четырехзначных чисел можно составить из цифр 2,5,7,9?

**2.** В группе из 25 человек выбирают актив: старосту, профорга и культорга. Сколькими способами можно избрать актив группы?

3. Из 15 красных и 7 белых роз формируют букеты. Сколькими способами можно составить букеты из 4 красных и 3 белых роз?

### **Вариант №2**

1. Сколькими способами в бригаде из шести человек можно распределить три путевки в санаторий, на турбазу и в дом отдыха?

2. Сколько различных слов из 7 букв можно составить из слова «кислота»?

3. В состав хоккейной команды входит 3 нападающих, 2 защитника и 1 вратарь. Сколько различных команд из них может составить тренер, если у него занимаются 7 нападающих, 5 защитников и 3 вратаря?

### **Вариант №3**

1. Сколькими способами можно устроить на практику 10 студентов на 3 предприятия города?

2. Сколько существует способов поставить на книжную полку в беспорядке 7 книг?

3. Для участия в команде тренер отбирает 2 мальчика из 10 и 1 девочку из 5. Сколькими способами это можно

### **Вариант №4**

1. Из 30 студентов на беседу с деканом приглашены пятеро. Сколькими способами это можно сделать?

2. Сколько различных трехзначных чисел состоит только из четных цифр?

3. Группу из 10 студентов нужно разделить на 2 бригады, причем в первую должны входить 4 человека, во вторую - 6. Сколькими способами это можно сделать?

### **Вариант №5**

1. Сколькими способами можно устроить на работу 8 выпускников юридического факультета на различные должности в 5 районных судах?
2. Сколько различных слов из 4 букв можно составить из слова «книга»?
3. Предприятие может предоставить работу по одной специальности 4 женщинам, по другой-6 мужчинам. Сколькими способами можно заполнить вакантные места, если имеются 14 претендентов: 6 женщин и 8 мужчин?

### **Вариант №6**

1. Сколько различных спортивных прогнозов можно дать перед началом первенства по футболу, если в высшей лиге участвуют 15 команд и разыгрываются 3 медали: золотая, серебряная и бронзовая?
2. Сколькими способами можно разместить 5 студентов в 5 комнатах общежития?
3. Из 10 желтых и 12 белых шаров формируются наборы. Сколькими способами можно сформировать наборы из 3 желтых и 4 белых шаров?

### **Перечень компетенций, проверяемых с помощью контрольной работы**

| Индекс | Формулировка компетенции |
|--------|--------------------------|
|--------|--------------------------|



|        |   |
|--------|---|
| ОК-3   | Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность  |
| ОК- 6  | Работать в коллективе и команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями   |
| ОК- 8  | Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации. |
| ОК- 10 | Соблюдать основы здорового образа жизни, требования охраны труда  |
| ОК- 12 | Проявлять нетерпимость к коррупционному поведению   |
| ПК-1.5 | Осуществлять формирование и хранение дел получателей пенсий, пособий и других социальных выплат.  |
| ПК-4.4 | Исследовать и анализировать деятельность по состоянию социально-правовой защиты отдельных категорий граждан   |

### Критерии оценивания:

| Критерии             | Оценка    |
|----------------------|-----------|
| 3 правильных ответа  | 1,5 балла |
| 2 правильных ответа  | 1балл     |
| 1 правильный ответ   | 0,5 балла |
| 0 правильных ответов | 0 баллов  |

## Тема «Элементы теории вероятностей и математической статистики»

### Проверочная (контрольная) работа №4

#### Варианты 1, 5, 9, 13, 17

1. Бросают две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма выпавших цифр будет  
а)  $= m$ , б)  $< m$ .
2. Из колоды в 32 карты наугад вынимают одну за другой вынимают 2 карты. Найти вероятность того, что:  
а) вынуты 2 короля  
б) вынуты 2 карты пиковой масти  
в) вынуты валет и дама
3. В цеху  $n$  станков. Для любого станка вероятность того, что он останется исправным в течении месяца равна  $p$ . Какова вероятность того, что:  
а) в течении месяца хотя бы один станок выйдет из строя  
б) в течении месяца выйдет из строя ровно  $m$  станков.
4. В трех группах учатся соответственно  $m$ ,  $n$  и  $k$  студентов. По теории вероятностей (ТВ) получили отличные оценки 6 студентов первой группы, 4 – второй, 2 – третьей. Наугад выбирается студент. Найти вероятность того, что выбранный студент получил по ТВ отличную оценку.

#### Варианты 2, 6, 10, 14, 18

1. Бросают кубик два раза. Найти вероятность того, что сумма выпавших цифр будет
  - а)  $= m$ ; б)  $> m$
2. Из колоды в 36 карт наугад одну за другой вынимают 2 карты. Найти вероятность.
  - а) вынуты 2 дамы
  - б) вынуты 2 карты червовой масти
  - в) вынуты король и дама. того, что:
3. На предприятии работает  $n$  человек. Любой человек не заболеет в течении месяца с вероятностью  $p$ . Какова вероятность того, что:
  - а) в течении месяца хотя бы один человек заболеет,
  - б) в течении месяца заболеет ровно  $m$  человек.
4. Имеются три партии деталей по 100 деталей в каждой. Число нестандартных деталей в первой, во второй, в третьей партиях соответственно равно  $m, n, k$ . Из наудачу выбранной партии наудачу извлечена деталь, оказавшаяся нестандартной. Найти вероятность того, что деталь была извлечена из третьей партии.

### Варианты 3,7,11,15,19

1. Бросают две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма выпавших цифр будет
  - а)  $= m$ ; б)  $< m$
2. Из колоды в 48 карт наугад одну за другой вынимают 2 карты  
Найти вероятность того, что:
  - а) вынуты 2 валета
  - б) вынуты 2 карты пиковой масти
  - в) вынуты валет и дама

3. В цеху  $n$  станков. Для любого станка вероятность того, что он останется исправным в течении месяца равна  $p$ . Какова вероятность того, что:
- а) в течении месяца хотя бы один станок выйдет из строя
  - б) в течении месяца выйдет из строя ровно  $m$  станков.
4. В трех группах учатся соответственно  $m$ ,  $n$  и  $k$  студентов. По теории вероятностей (ТВ) получили отличные оценки 6 студентов первой группы, 4 – второй, 2 – третьей. Наугад выбирается студент. Найти вероятность того, что выбранный студент получил по ТВ отличную оценку.

### Вариант 4,8,12,16,20

1. Бросают кубик два раза. Найти вероятность того, что сумма выпавших цифр будет
- а)  $= m$ ; б)  $> m$ .
2. Из колоды в 52 карты наугад одну за другой вынимают 2 карты. Найти вероятность того, что:
- а) вынуты 2 валета
  - б) вынуты 2 карты бубновой масти.
  - в) вынуты король и валет.
3. На предприятии работает  $n$  человек. Любой человек не заболеет в течении месяца с вероятностью  $p$ . Какова вероятность того, что:
- а) в течении месяца хотя бы один человек заболеет,
  - б) в течении месяца заболеет ровно  $m$  человек.
4. Имеются три партии деталей по 100 деталей в каждой. Число нестандартных деталей в первой, во вто-

рой, в третьей партиях соответственно равно **m, n, k**. Из наудачу выбранной партии наудачу извлечена деталь, оказавшаяся нестандартной. Найти вероятность того, что деталь была извлечена из второй партии.

| задача      | 1 | 3 |    |      |    |
|-------------|---|---|----|------|----|
| вариант     | m | m | n  | p    | m  |
| 1, 2, 3, 4  | 5 | 3 | 12 | 0,1  | 23 |
| 5, 6, 7, 8  | 6 | 4 | 15 | 0,2  | 24 |
| 9,10,11,12  | 7 | 6 | 20 | 0,25 | 26 |
| 13,14,15,16 | 8 | 5 | 25 | 0,3  | 25 |
| 17,18,19,20 | 9 | 2 | 10 | 0,35 | 28 |

### Перечень компетенций, проверяемых с помощью контрольной работы

| Индекс | Формулировка компетенции   |
|--------|--|
| ОК-2   |  |
| ОК-5   | Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности             |
| ОК- 6  | Работать в коллективе и команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями      |
| ОК-7   | Брать на себя ответственность за работу членов команды (подчиненных), результат выполнения заданий |

### Критерии оценивания:

| Критерии | Оценка |
|----------|--------|
|----------|--------|

|                       |               |
|-----------------------|---------------|
| 4 правильных ответа   | 1,5 балла     |
| 3 правильных ответа   | 1,2балла      |
| 1-2 правильных ответа | 0,6-1,1 балла |
| задание не выполнено  | 0 баллов      |

Составитель:

Ахметгалиева Венера Равиловна старший преподаватель кафедры правовой информатики, информационного права и естественно-научных дисциплин КФ ФГБОУВО «РГУП».



Зам. зав. кафедрой правовой информатики, информационного права и естественно-научных дисциплин КФ ФГБОУВО «РГУП»

Галяутдинова Л.Р.